



محاسبه دبی و ضریب دبی جریان زیر بحرانی در فلوم‌های دوزنقه‌ای با پایه منشوری در شرایط جریان آزاد

سمیه عباسی، ابراهیم ولیزادگان*

گروه مهندسی آب، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد خوی، خوی، ایران.

تاریخچه داوری:

دریافت: ۱۳۹۹/۱۰/۲۳
بازنگری: ۱۴۰۰/۰۴/۲۰
پذیرش: ۱۴۰۱/۰۹/۰۹
ارائه آنلاین: ۱۴۰۱/۰۹/۱۵

کلمات کلیدی:

اندازه‌گیری جریان
کانال دوزنقه‌ای
اصل انرژی
آنالیز ابعادی
ضریب دبی

خلاصه: یکی از روشهای ساده و کم هزینه برای اندازه‌گیری جریان در کانال‌ها استفاده از فلوم‌ها می‌باشد. در این تحقیق کارایی فلوم‌های دوزنقه‌ای با پایه‌های منشوری جهت اندازه‌گیری جریان در کانال‌های دوزنقه‌ای مطالعه شده است. بررسی‌های آزمایشگاهی روی چهار پایه منشوری که در کف کانال دوزنقه‌ای با شیب جانبی قابل تنظیم نصب می‌شوند انجام شد. بر اساس نتایج بدست آمده از اجرای آزمایش‌های متعدد، در تحلیل اول با استفاده از آنالیز ابعادی رابطه و نموداری جهت محاسبه دبی جریان بطور جداگانه برای هر شیب جانبی و یک رابطه برای تمامی شیب‌های جانبی بررسی شده ارائه شد. در تحلیل دوم با استفاده همزمان از مفهوم اصل انرژی و آنالیز ابعادی رابطه و نمودار محاسبه ضریب دبی جریان برای هر شیب جانبی بطور جداگانه و رابطه‌ای واحد برای تمامی شیب‌های جانبی بررسی شده بدست آمد. برای بررسی دقت روابط بدست آمده، از پارامتر آماری متوسط قدر مطلق خطای نسبی (MARE) استفاده شد. در تحلیل اول مقدار متوسط خطای نسبی جهت برآورد دبی جریان در شیب‌های جانبی بررسی شده $Z=0/268$ ، $Z=0/4663$ ، $0/7$ و 1 به ترتیب $8/8$ ، 10 ، $7/7$ و $8/3$ درصد است. همچنین در تحلیل دوم مقدار این پارامتر آماری جهت تعیین ضریب دبی جریان در شیب‌های جانبی بررسی شده به ترتیب $6/5$ ، 10 ، $1/8$ و $3/4$ درصد و بر اساس رابطه واحد برای تمام شیب‌های جانبی بررسی شده 9 درصد می‌باشد. بنابراین تحلیل دوم (استفاده همزمان از مفهوم اصل انرژی و آنالیز ابعادی) برای محاسبه دبی جریان نسبت به تحلیل اول (آنالیز ابعادی) مناسب تشخیص داده شد.

۱- مقدمه

فلوم‌های اندازه‌گیری جریان مانند انواع فلوم‌های گلوبلند^۱، گلو کوتاه^۲، پارشال فلوم‌ها^۳ و نتوری فلوم‌ها^۴ و فلوم با پایه مرکزی^۵ (CBF Flumes) توسط محققین مختلف طراحی شده و مورد آزمایش و بهره‌برداری قرار گرفته است. اساس اندازه‌گیری جریان در فلوم‌ها عبور دادن جریان از مقطعی تنگ شده، برآمده و یا ترکیبی از آنها است. خصوصیات جریان حین عبور از این مقاطع که مقاطع کنترل نیز نامیده می‌شوند، تغییر یافته و شرایطی فراهم می‌شود تا با اندازه‌گیری عمق جریان در نقطه و یا نقاط مشخص، دبی جریان بدست آید.

می‌توان گفت بلانگر^۶ اولین محقق است که در سال ۱۸۴۹ مطالعات نتوری و آزمایشگاهی روی فلوم‌ها را انجام داد [۱]. سپس مطالعات وسیعی در

اندازه‌گیری دبی جریان در کانال‌ها یکی از اساسی‌ترین مسائل در مدیریت و بهره‌برداری از شبکه‌های آبیاری و زهکشی می‌باشد. این موضوع از دیرباز همواره مورد توجه و بررسی محققان قرار گرفته و به رغم معرفی روشهای مختلف هنوز هم تحقیقات روی این موضوع جهت ارزان و ساده‌سازی (سهولت در ساخت و استفاده) و بالابردن دقت اندازه‌گیری ادامه دارد. تا بحال روش‌ها و تجهیزات مختلفی برای اندازه‌گیری دبی جریان در کانال‌ها توسط محققین مختلف معرفی، طراحی و ساخته شده‌اند که می‌توان به استفاده از فلوم‌ها و سرریزها اشاره نمود. استفاده از فلوم‌ها و سرریزها به دلیل سادگی در اندازه‌گیری جریان، دقت بالا و همچنین به دلیل کم هزینه بودن همواره مورد توجه بهره‌برداران از شبکه‌های آبیاری و زهکشی هستند. تاکنون انواع

- 1 Long-throat Flumes
- 2 Cut-throat Flumes
- 3 Parshall Flumes
- 4 Venturi Flumes
- 5 Central Baffle Flumes (CBF)
- 6 Belanger 1849

* نویسنده عهده‌دار مکاتبات: ebrahim.valizadegan@iaukhoy.ac.ir



فلوم‌های موسوم به فلوم‌های S-M¹⁰ نیز توسط سامانی و ماگالانز (۲۰۰۰) طراحی و مورد استفاده قرار گرفت. در این فلوم‌ها با نصب دو نیم استوانه در طرفین یک مقطع مستطیلی، مقطع کنترل ایجاد شده و با اندازه‌گیری عمق جریان در ابتدای ورودی مقطع کنترل، دبی جریان با استفاده از رابطه مربوطه بدست می‌آید [۷].

پرجینلی و بوناسی^{۱۱} (۱۹۹۷) با نصب یک پایه‌ی منشوری در کانال‌های مستطیلی، فلومی را برای اندازه‌گیری دبی جریان معرفی کردند. آنها اندازه‌گیری جریان را در دو حالت جریان آزاد و مستغرق بررسی نموده و رابطه‌ای را برای محاسبه دبی جریان در شرایط جریان آزاد بر اساس عدد فرود جریان بدست آوردند [۸]. این محققین همچنین نموداری را برای بدست آوردن دبی جریان در شرایط جریان آزاد و مستغرق ارائه نمودند. پراباتا^{۱۲} (۱۹۹۸) بر اساس تحقیقات پروجینلی و بوناسی، روابط بهبود یافته‌تری را برای محاسبه دبی جریان در شرایط جریان آزاد و مستغرق ارائه نمود [۹].

گل^{۱۳} (۲۰۰۶) پس از نصب دو نیم پایه منشوری به صورت روبرو در دو طرف کانال مستطیلی و در نتیجه ایجاد گلوگاه، آزمایشهایی را برای محاسبه دبی جریان انجام داد. تحقیقات ایشان منجر به ارائه رابطه‌ای شد که برای محاسبه دبی جریان هم برای شرایط جریان آزاد و هم برای شرایط جریان مستغرق بکار می‌رود. وی در جریان مستغرق، منحنی تغییرات ضریب دبی جریان در برابر درجه استغراق و در جریان آزاد، تغییرات ضریب دبی جریان در برابر نسبت عمق جریان در بالادست گلوگاه به طول گلوگاه را ارائه نمود [۱۰]. مانکار و همکاران^{۱۴} (۲۰۰۷) به منظور بدست آوردن رابطه‌ای واحد بین دبی جریان و عمق جریان در بالادست گلوگاه فلوم مستطیلی، آزمایش‌های متعددی را در شرایط جریان آزاد روی هفت نوع فلوم گلوکوتاه با نسبت‌های مختلف طول به عرض گلوگاه انجام دادند. آنها با آنالیز رگرسیونی و بر اساس داده‌های آزمایشگاهی، ترکیبات مختلف بین یک جفت پارامتر بدون بعد را بررسی و مناسب‌ترین ترکیب با بالاترین ضریب رگرسیونی را انتخاب و به عنوان رابطه محاسبه دبی جریان معرفی نمودند [۱۱].

ویلیتتر و همکاران^{۱۵} (۲۰۱۲) روی فلومی موسوم به فلوم مونتانا^{۱۶} تحقیقاتی را انجام دادند. این فلوم همان پارشال فلوم می‌باشد با این تفاوت

مورد هیدرولیک جریان در فلوم‌ها توسط محققین مختلف از جمله بازین^۱، پارشال^۲، بالوفت^۳، ایکرز و هریسون^۴ و ایکرز و وایت^۵، صورت گرفت [۲]. فلوم معرفی شده توسط پارشال (پارشال فلوم) یکی از فلوم‌های رایج می‌باشد که هنوز هم در کانال‌های آبیاری استفاده می‌شود.

هگر^۶ (۱۹۸۶) با نصب پایه‌های مخروطی در محور مرکزی کف کانال‌های مستطیلی، ضمن ایجاد نوعی فلوم CBF آزمایش‌هایی را برای رسیدن به رابطه محاسبه دبی جریان انجام داد. وی بسته به اینکه مقدار انرژی مخصوص بی‌بعد بزرگتر مساوی یک و مابین صفر و یک باشد دو رابطه برای محاسبه دبی بدست آورد [۳]. وی همچنین در سال ۱۹۸۸ در کانال‌های دایره‌ای برای ایجاد گلوگاه، از پایه‌های استوانه‌ای استفاده نمود و با استفاده از مفهوم انرژی مخصوص و رابطه عدد فرود، رابطه‌ای را برای محاسبه دبی جریان در کانال‌های دایره‌ای ارائه کرد که خطای محاسبه دبی با استفاده از این رابطه را سه درصد گزارش نمود [۴].

فلوم‌های دایره‌ای^۷ توسط سامانی و ماگالانز^۸ (۱۹۹۲) برای اندازه‌گیری دبی جریان در کانال‌ها مورد استفاده قرار گرفت. در این فلوم‌ها یک پایه استوانه‌ای در داخل لوله افقی نصب شده و باعث ایجاد مقطع کنترل در داخل لوله افقی می‌شود. این محققین رابطه‌ای را براساس آنالیز ابعادی برای محاسبه دبی جریان که هم برای شرایط جریان آزاد و هم برای شرایط جریان مستغرق بکار برده می‌شود ارائه نمودند. در رابطه ارائه شده، دبی جریان با توان ۲/۳۱ عمق جریان در بالادست پایه استوانه‌ای متناسب است. این رابطه در محدوده‌های معین از پارامترهای هیدرولیکی قابل استفاده است [۵]. سامانی و ماگالانز (۱۹۹۳) تحقیقاتشان را روی فلوم‌های دوزنقه‌ای^۹ ادامه دادند. در فلوم دوزنقه‌ای، جهت ایجاد مقطع کنترل از نصب کردن یک پایه استوانه‌ای در محور مرکزی کف کانال دوزنقه‌ای استفاده شده است آنها براساس آنالیز ابعادی رابطه محاسبه دبی جریان را که برای هر دو شرایط جریان آزاد و مستغرق استفاده می‌شود بدست آوردند. عمق جریان در رابطه ارائه شده دارای توان ۱/۵۱ است. رابطه مذکور در محدوده‌های خاص هیدرولیکی که توسط محققین اشاره شده قابل استفاده است [۶].

- 1 Bazin 1896
- 2 Parshal 1900
- 3 Balloffet 1951
- 4 Ackers and Harrison 1963
- 5 Ackers and White 1978
- 6 Hager
- 7 Circular Flumes
- 8 Samani and Magallanez
- 9 Trapezoidal Flumes

- 10 S-M: Samani and Magallanez
- 11 Peruginelli and Bonacci
- 12 Prabhata
- 13 Gole
- 14 Manekar et al.
- 15 Willeitner et al.
- 16 Montana Flume

رسیدند که نسبت تنگ شدگی که تاکنون در رابطه تابعی آنالیز ابعادی در نظر گرفته نمی‌شد، منحنی دبی-اشل را تحت تاثیر قرار می‌دهد. همچنین تاثیر شیب طولی فلوم در منحنی دبی-اشل را بر اساس داده‌های آزمایشگاهی بررسی نمودند [۱۶].

بیژن‌خان^۷ و فرو (۲۰۱۹) پس از نصب پایه مثلثی با زاویه راس ۷۵ درجه در محور مرکزی کف کانال مستطیلی و در نتیجه ایجاد فلوم موسوم به TCBF، با استفاده از تئوری باکینگهام و نظریه خود تشابه ناقص، رابطه محاسبه دبی جریان را بر اساس نتایج آزمایشگاهی ارائه و خطای محاسبه دبی جریان با استفاده از این رابطه را چهار درصد گزارش کردند [۱۷].

محمدی و وطن‌خواه^۸ (۱۳۹۹) برای اندازه‌گیری جریان در کانال‌های مستطیلی از فلوم‌هایی با دیواره مخروطی و استوانه‌ای با تاج منطبق بر کف کانال استفاده نموده و معادلاتی را بدست آوردند. رابطه بدست آمده برای فلوم با دیواره‌های استوانه‌ای و مخروطی به ترتیب دارای خطای متوسط ۲/۷۲ و ۱/۸۵ درصد گزارش شده است [۱۸].

فلوم با پایه مرکزی نسبت به سایر فلوم‌ها ساده و کم هزینه بوده و می‌توان آن را به سهولت در کانال‌های در حال بهره‌برداری نصب و راه‌اندازی نمود. همچنین این فلوم‌ها مشکلات نصب موجود در سرریزها و سایر فلوم‌ها را ندارند لذا استفاده از این فلوم‌ها در سال‌های اخیر مورد توجه محققین و بهره‌برداران قرار گرفته است. با توجه به بررسی مطالعات و تحقیقات انجام شده روی مبانی تئوریک و آزمایشگاهی فلوم‌های اندازه‌گیری جریان، واضح است که مطالعات و تحقیقات انجام گرفته روی مقاطع دوزنقه‌ای به مراتب کمتر از مقاطع مستطیلی است. از طرف دیگر چون اکثر کانال‌های آبیاری و آبرسانی به شکل دوزنقه‌ای ساخته می‌شوند لذا امکان استفاده از روش‌های کم‌هزینه، دقیق و ساده اندازه‌گیری جریان در کانال‌های دوزنقه‌ای نیاز به بررسی بیشتری دارد. در این تحقیق با هدف بدست آوردن رابطه محاسبه دبی جریان در کانال‌های دوزنقه‌ای، آزمایش‌ها روی فلوم‌های دوزنقه‌ای با پایه‌های منشوری در شرایط جریان آزاد صورت گرفت. به نظر می‌رسد این مطالعه شروع تحقیق روی فلوم‌های دوزنقه‌ای با پایه‌های منشوری باشد و مقدمه‌ای برای آغاز تحقیقات بعدی.

۲- مواد و روشها

عوامل موثر در جریان در اطراف پایه منشوری در فلوم‌های دوزنقه‌ای به طور شماتیک در شکل (۱) ارائه شده است. جریان در اطراف پایه منشوری با

که قسمت عریض شونده انتهایی پارشال فلوم در این فلوم حذف شده است. آنها پس از انجام آزمایش‌های متعدد به این نتیجه رسیدند که در شرایط جریان آزاد منحنی‌های مربوط به پارشال فلوم در این فلوم‌ها نیز قابل استفاده است اما در شرایط جریان مستغرق اختلاف فاحشی با همدیگر دارند به طوری که استفاده از منحنی‌های پارشال فلوم‌های استاندارد در فلوم‌های مونتانا در شرایط جریان مستغرق ۴۸ درصد خطا خواهد داشت. اما با بکار بردن تصحیحات استغراق این خطا به ۱۹ درصد می‌رسد [۱۲].

هایاوی و همکاران^۱ (۲۰۱۲) با نصب دو مثلث به صورت روبرو در طرفین یک مجرای مستطیلی مقطع کنترل جریان را ایجاد و رابطه محاسبه دبی جریان را بدست آوردند. نتایج تحقیقاتشان نشان داد که ضریب دبی جریان با شیب طولی کانال و نسبت تنگ‌شدگی رابطه مستقیم دارد. همچنین در یک نسبت تنگ‌شدگی ثابت، ضریب دبی جریان با زاویه راس مثلث نیز متناسب است [۱۳].

کارولو و همکاران^۲ (۲۰۱۶) منحنی تئوریک دبی-اشل جدیدی را برای فلوم‌های S-MBF^۳ بدست آوردند. فلوم‌های S-MBF همان فلوم‌های S-M هستند که با توجه به بررسی‌های تکمیلی که توسط بایامونته و فرو (۲۰۰۷) انجام گرفت، فلوم‌های S-MBF نامیده شدند. منحنی تئوریک بدست آمده توسط داده‌های آزمایشگاهی، به ازای نسبت‌های تنگ شدگی مختلف کالیبره، و در نهایت آزمایش‌های میدانی با موفقیت روی این فلوم‌ها انجام شد [۱۴].

فرو^۴ (۲۰۱۶) با نصب پایه منشوری در محور مرکزی کف کانال مستطیلی و در نتیجه ایجاد فلوم CBF، مطالعه آزمایشگاهی جهت بدست آوردن رابطه محاسبه دبی جریان را انجام داد و با استفاده از تئوری باکینگهام و نظریه خود تشابه ناقص^۵ رابطه‌ای را برای محاسبه دبی جریان بدست آورد و اعلام نمود محاسبه دبی جریان با استفاده از این رابطه دارای خطای حداکثر شش درصد می‌باشد [۱۵].

لطفی کولوانی و همکاران^۶ (۲۰۱۸) از تئوری باکینگهام و نظریه خود تشابه ناقص برای بدست آوردن منحنی دبی-اشل در فلوم‌های دایره‌ای استفاده نمودند. آنها منحنی بدست آمده را بر اساس داده‌های آزمایشگاهی در محدوده وسیعی از نسبت‌های تنگ‌شدگی کالیبره نموده و به این نتیجه

- 1 Hayawi et al.
- 2 Carollo et al.
- 3 S-MBF: Samani, Magallanez, Baiamonte and Ferro
- 4 Ferro
- 5 Incomplete self-similarity
- 6 Lotfi Kolavani et al.

7 Bijankhan

8 Mohammadi and Vatankhah

پایه منشوری است.

رابطه (۲) را می‌توان به صورت رابطه (۳) نیز نوشت.

$$Fr = f\left(\frac{y_1}{B_c}\right) \quad (3)$$

در این تحقیق عدد فرود جریان (موجود در روابط ۱، ۲ و ۳) به فرم رابطه (۴) در نظر گرفته شد (که در تحقیقات اسکوگرو و همکاران^۱ (۱۹۷۲)، اسکوگرو و هبات^۲ (۱۹۶۷) و پروجینلی و بوناسی (۱۹۹۷) نیز به همین صورت در نظر گرفته شده است) [۱۹ و ۲۰].

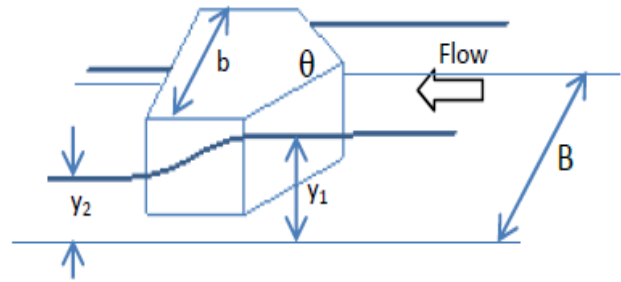
$$Fr' = \frac{Q}{\left[(B-b)y_2 + zy_2^2\right] \sqrt{g \frac{(B-b)y_2 + zy_2^2}{B-b + 2zy_2}}} \quad (4)$$

با توجه به روابط (۳) و (۴) رابطه (۵) بدست می‌آید که مبنای تحلیل جریان بر اساس آنالیز ابعادی در نظر گرفته شد.

$$\frac{Q}{\left[(B-b)y_2 + zy_2^2\right] \sqrt{g \frac{(B-b)y_2 + zy_2^2}{B-b + 2zy_2}}} = f\left(\frac{y_1}{B_c}\right) \quad (5)$$

۲-۲- تحلیل بر اساس اصل انرژی و ضریب دبی جریان

با توجه به شکل (۲) رابطه انرژی بین بالادست و پایین‌دست پایه منشوری (بالادست و پایین‌دست گلوگاه فلوم) نوشته می‌شود. با فرض ناچیز بودن مجموع افت‌های انرژی بین بالادست و پایین‌دست پایه منشوری و با در نظر گرفتن ضریب تصحیح انرژی جنبشی برابر با یک و شیب کف ناچیز، رابطه محاسبه دبی تئوریک را می‌توان بر اساس رابطه انرژی بدست آورد. با توجه به فرضیات بالا، دبی واقعی (Q_{exact}) با دبی تئوریک (Q_{the}) اختلاف خواهد داشت که دبی واقعی را می‌توان با اعمال ضریب دبی (C_d) در دبی تئوریک بدست آورد (رابطه ۶).



شکل ۱. عوامل موثر در جریان در اطراف پایه منشوری

Fig. 1. Effective factors in the flow around the prism base

توجه به پارامترهای اشاره در شکل (۱) بر اساس آنالیز ابعادی و اصل انرژی به شرح زیر تحلیل شدند.

۲-۱- تحلیل بر اساس آنالیز ابعادی

با در نظر گرفتن عوامل موثر در جریان در فلوم‌های دوزنقه‌ای با پایه‌های منشوری (شامل خصوصیات سیال، هندسه کانال و پایه و خصوصیات جریان)، رابطه تابعی پارامترهای بدون بعد زیر بر اساس تئوری باکینگهام پس از حذف پارامترهای بی‌بعد بدون تاثیر، برای شرایط جریان آزاد بدست می‌آید.

$$f\left(Fr, \frac{y_1}{y_2}, \frac{B_c}{y_2}\right) = 0 \quad (1)$$

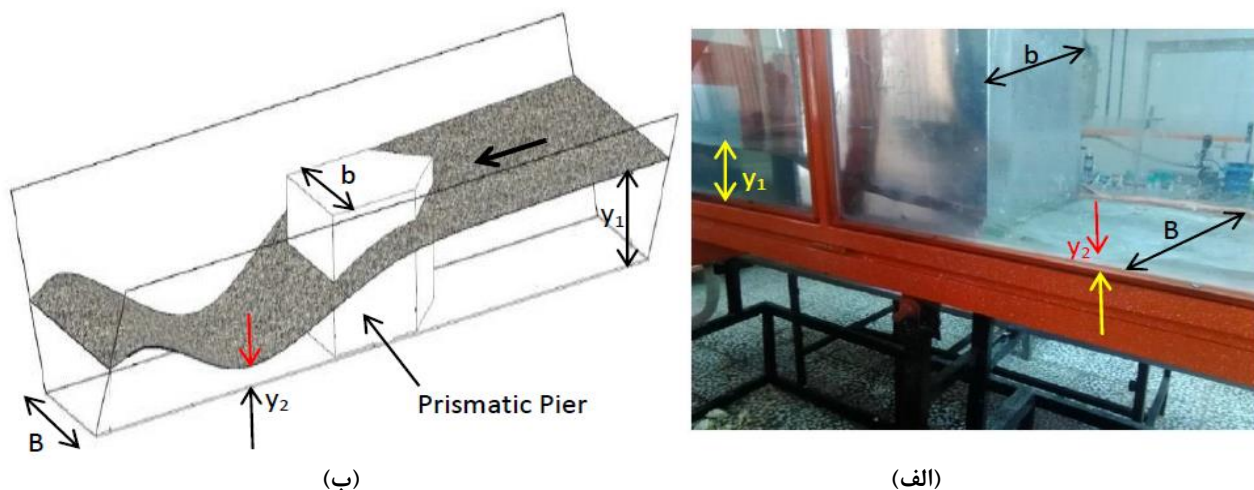
که در آن Fr عدد فرود جریان است. پس از تقسیم کردن پارامتر بی‌بعد B_c/y_2 بر y_1/y_2 رابطه تابعی (۲) بدست می‌آید.

$$f\left(Fr, \frac{y_1}{B_c}\right) = 0 \quad (2)$$

در روابط فوق، $B_c = B + 2zy_1 - b$ ، y_1 عمق جریان در بالادست پایه منشوری، y_2 عمق جریان در پایین‌دست پایه منشوری، Fr عدد فرود جریان، Z شیب وجه جانبی فلوم (شیب وجه جانبی کانال دوزنقه‌ای) و b عرض

1 Skogerboe et al.

2 Skogerboe and Hayatt



شکل ۲. فلوم دوزنقه‌ای با پایه منشوری، الف: کانال آزمایشگاهی حین انجام آزمایش در شرایط جریان آزاد ب: شکل شماتیک فلوم دوزنقه‌ای با پایه منشوری حین عبور جریان در شرایط آزاد

Fig. 2. Trapezoidal flume with prismatic base, a: Laboratory channel during testing in free flow conditions, b: Schematic figure of trapezoidal flume with a prismatic pier during free flow condition

بعد از بررسی‌های زیاد، بهترین رابطه بین C_d و پارامترهای بی‌بعد Fr_1 و B_c/y_1 به صورت رابطه (۱۰) در نظر گرفته شد و بر اساس نتایج آزمایشهای متعدد، ضریب a و توان n در این رابطه بر اساس آنالیز رگرسیون بدست آمدند.

$$C_d = a \left[Fr_1 \left(\frac{y_1}{B_c} \right) \right]^n \quad (10)$$

در این تحقیق رابطه (۵) مبنای انجام محاسبات بر اساس آنالیز ابعادی و روابط (۷) و (۱۰) مبنای انجام محاسبات بر اساس اصل انرژی و آنالیز ابعادی قرار گرفتند.

۲-۳- تجهیزات آزمایشگاهی

آزمایشها در یک کانال آزمایشگاهی در آزمایشگاه هیدرولیک انجام گرفت. این کانال آزمایشگاهی دارای ۶ متر طول، ۰/۴۶ متر عرض و ۰/۷۰ متر ارتفاع بوده و شیب وجه جانبی و شیب طولی آن قابل تنظیم می‌باشد. کف آن فلزی بوده و دیواره‌هایش از جنس شیشه با چارچوب فلزی ساخته شده است. در انتهای کانال دریچه‌ای برای کنترل و تنظیم سطح آب نصب

$$Q_{exact} = C_d Q_{theoric} \quad (6)$$

بنابراین ضریب دبی جریان (C_d) برابر خواهد شد با:

$$C_d = \frac{Q_{exact}}{Q_{theoric}} \quad (7)$$

از طرفی ضریب دبی جریان طبق رابطه زیر به مشخصات جریان، هندسه فلوم و ویژگیهای سیال بستگی دارد.

$$C_d = f(y_1, V_1, g, z, B, b, \rho, \sigma, \mu) \quad (8)$$

بر اساس تئوری باکینگهام و پس از حذف پارامترهای بی‌بعد بدون تاثیر، رابطه تابعی بدون بعد (۹) بدست می‌آید.

$$C_d = f\left(Fr_1, \frac{B_c}{y_1} \right) \quad (9)$$

جدول ۱. حد بالا و حد پایین پارامترهای هندسی و هیدرولیکی در آزمایش‌ها

Table 1. Upper limit and lower limit of geometric and hydraulic parameters in experiments

پارامتر	b/B	z	y_1/B_c	V(m/s)	*Fr
حداقل	۰/۷۸	۰/۲۶۸	۰/۲	۰/۰۲۸	۰/۰۵
حداکثر	۰/۹۱	۱	۱/۱۵	۰/۸۲	۲/۳۲

* عددی‌های فرود بزرگتر از ۱ مربوط به پایین دست گلوگاه هستند

۳- نتایج و بحث

داده‌های آزمایشگاهی (جدول ۲)، ابتدا بر اساس آنالیز ابعادی (تحلیل اول) سپس بر اساس اصل انرژی و ضریب دبی جریان (تحلیل دوم) تحلیل شدند. بر اساس آنالیز ابعادی تغییرات Fr در برابر نسبت بی بعد y_1/B_c در شیب‌های جانبی مختلف بررسی شد. سپس بر اساس اصل انرژی و ضریب دبی جریان تغییرات ضریب دبی (C_d) در برابر پارامتر بی بعد $(Fr_1(y_1/B_c))$ در شیب‌های جانبی مختلف مورد ارزیابی قرار گرفت و در نهایت تغییرات ضریب دبی (C_d) در برابر پارامتر بی بعد $(Fr_1(y_1/B_c))$ در قالب رابطه و نموداری واحد مورد بررسی قرار گرفت. تحلیل‌های فوق به شرح زیر ارائه شده‌اند.

۳-۱- نتایج بر اساس آنالیز ابعادی

بر اساس رابطه (۵)، تغییرات Fr در برابر y_1/B_c برای شیب‌های جانبی مختلف در شکل (۳) ارائه شده است.

از روی هر چهار نمودار در شکل (۳) مشخص است که با افزایش y_1/B_c مقدار Fr افزایش می‌یابد. پروجینلی و بوناسی رابطه بین عدد فرود و عمق جریان بی بعد را بصورت رابطه خطی ارائه نموده‌اند [۸].

به منظور دستیابی به رابطه و نموداری واحد، از همپوشانی نمودارهای شکل (۳) استفاده گردید و تغییرات Fr در برابر y_1/B_c برای شیب‌های جانبی بررسی شده در شکل (۴) ارائه شده است.

با توجه به شکل (۴) ملاحظه می‌گردد که ضریب رگرسیونی تغییرات Fr در برابر y_1/B_c برای تمام شیب‌های جانبی بررسی شده در مقایسه با نمودارهای شکل (۳) کمتر است. بنابراین در صورت استفاده از رابطه عدد Fr برای محاسبه دبی جریان، استفاده از نمودار مربوط شیب جانبی معین

شده است. در کلیه آزمایش‌ها عمق جریان توسط عمق سنجی با دقت $\pm 0/1$ میلی‌متر و دبی جریان به روش حجمی توسط مخزنی که در انتهای کانال قرار دارد اندازه‌گیری شد. برای ایجاد مقطع کنترل (گلوگاه) از چهار پایه منشوری و چهار شیب جانبی استفاده شد. هر چهار پایه منشوری از ورق آهن گالوانیزه با زاویه راس ۹۰ درجه ساخته شدند. بر اساس بررسی‌های هیدرولیکی و به منظور جلوگیری از وقوع پدیده انسداد جریان در بالادست، عرض پایه‌ها حداکثر ۴۲ سانتی‌متر (عرض پایه‌ها ۳۶، ۳۸، ۴۰ و ۴۲ سانتی‌متر) در نظر گرفته شدند. طول هر پایه مساوی عرض همان پایه و ارتفاع پایه‌ها ۵۰ سانتی‌متر و زاویه وجه جانبی گلوگاه‌ها با افق یعنی α ، برابر با ۱۵، ۲۵، ۳۵ و ۴۵ درجه در نظر گرفته شد (به عبارت دیگر شیب وجه جانبی فلوم‌ها ۰/۲۶۸، ۰/۴۶۶۳، ۰/۱/۷، $Z=0$ می‌باشند). همانطوریکه در شکل (۲الف) ملاحظه می‌شود، سطح آزاد جریان در بالادست پایه منشوری کاملاً بدون تلاطم بوده و در پایین دست پایه جریان به صورت آزاد برقرار است. حد بالا و پایین پارامترهای هندسی و هیدرولیکی در این تحقیق در جدول (۱) ارائه شده است.

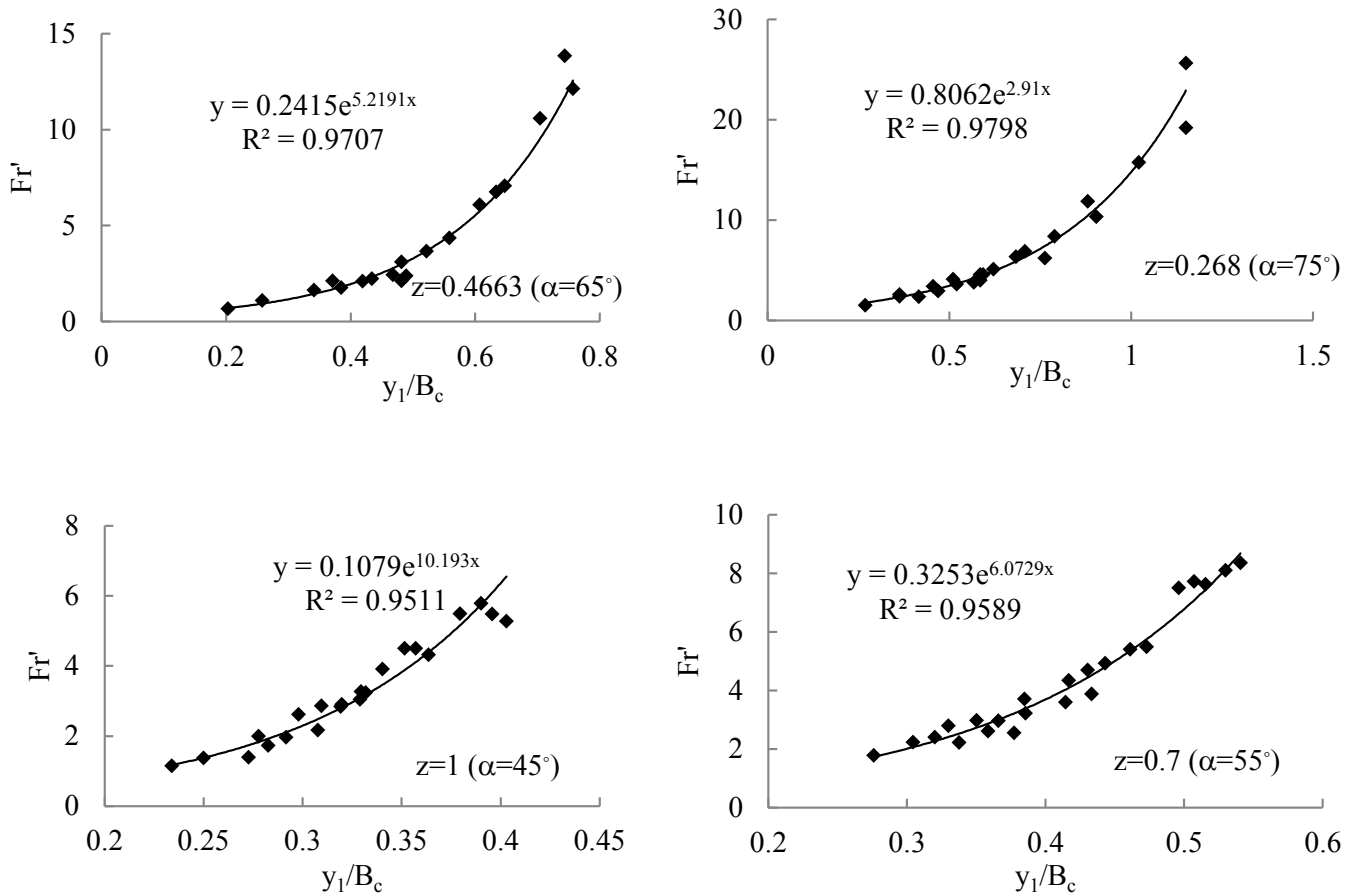
۲-۴- نحوه انجام آزمایش‌ها

در یک شیب جانبی ثابت، با نصب یک پایه منشوری در محور مرکزی کف کانال، پس از برقراری دبی جریان متغیرهای دبی جریان، عمق جریان در بالادست و پایین دست پایه اندازه‌گیری و ثبت گردیدند. برای یک پایه منشوری در یک شیب جانبی معین، شش آزمایش صورت گرفت سپس در همین شیب جانبی این آزمایش‌ها برای پایه‌های دیگر تکرار شد. بنابراین برای یک شیب جانبی معین ۲۴ آزمایش انجام گرفت. آزمایش‌های مذکور برای هر چهار شیب جانبی انجام شدند. بنابراین جمعاً ۹۶ آزمایش در حالت رژیم جریان آزاد صورت گرفت.

جدول ۲. داده‌های آزمایشگاهی در شیب‌های جانبی بررسی شده

Table 2. Laboratory data on the investigated side slopes

z=0.268			z=0.4663			z=0.7			z=1		
b(m)	y ₁ (m)	y ₂ (m)	Q (m ³ /s)	b(m)	y ₁ (m)	y ₂ (m)	Q (m ³ /s)	b(m)	y ₁ (m)	y ₂ (m)	Q (m ³ /s)
0.42	0.12	0.013	0.004985215	0.42	0.103	0.02	0.004865	0.42	0.089	0.024	0.004852
0.42	0.13	0.025	0.005487456	0.42	0.097	0.017	0.004269	0.42	0.082	0.022	0.004054
0.42	0.115	0.02	0.004316628	0.42	0.082	0.016	0.002962	0.42	0.074	0.02	0.003249
0.42	0.12	0.015	0.004660194	0.42	0.035	0.015	0.000533	0.42	0.07	0.018	0.002758
0.42	0.09	0.012	0.002703802	0.4	0.098	0.023	0.005092	0.42	0.065	0.017	0.002438
0.42	0.034	0.009	0.000440816	0.4	0.093	0.022	0.004526	0.4	0.084	0.025	0.004749
0.4	0.105	0.017	0.004484672	0.4	0.084	0.02	0.003504	0.4	0.078	0.023	0.00408
0.4	0.1	0.015	0.004251794	0.4	0.07	0.019	0.002312	0.4	0.07	0.021	0.003207
0.4	0.082	0.014	0.002702463	0.4	0.061	0.018	0.001789	0.4	0.065	0.02	0.002823
0.4	0.052	0.013	0.001313652	0.4	0.034	0.012	0.000549	0.4	0.06	0.019	0.002399
0.4	0.032	0.012	0.000606139	0.38	0.07	0.022	0.002708	0.4	0.05	0.016	0.001554
0.4	0.027	0.01	0.00049468	0.38	0.055	0.02	0.001578	0.38	0.088	0.028	0.005175
0.38	0.103	0.021	0.004914909	0.38	0.02	0.016	0.000356	0.38	0.079	0.026	0.004254
0.38	0.091	0.017	0.003936219	0.36	0.09	0.034	0.005076	0.38	0.067	0.024	0.003352
0.38	0.086	0.018	0.003980802	0.36	0.083	0.031	0.004504	0.38	0.06	0.022	0.002368
0.38	0.065	0.016	0.001975233	0.36	0.073	0.029	0.003703	0.38	0.055	0.019	0.002127
0.38	0.05	0.014	0.001246472	0.36	0.06	0.025	0.002331	0.38	0.049	0.017	0.001678
0.38	0.025	0.012	0.000511457	0.36	0.05	0.023	0.001886	0.36	0.08	0.03	0.004641
0.36	0.093	0.022	0.005398594	0.36	0.034	0.017	0.000796	0.36	0.072	0.027	0.004009
0.36	0.085	0.021	0.004478618	0.36	0.085	0.025	0.003017	0.36	0.064	0.025	0.003017
0.36	0.072	0.018	0.002812042	0.36	0.058	0.022	0.002665	0.36	0.058	0.022	0.002665
0.36	0.07	0.017	0.002915636	0.36	0.053	0.02	0.002126	0.36	0.053	0.02	0.002126
0.36	0.06	0.016	0.002200106	0.36	0.045	0.018	0.001436	0.36	0.044	0.02	0.001133
0.36	0.045	0.015	0.001410037								



شکل ۳. تغییرات y_1/B_c در برابر Fr' در فلوم‌های دوزنقه‌ای با پایه‌های منشوری در شیب‌های جانبی مختلف

Fig. 3. Variations of y_1/B_c versus Fr' in trapezoidal flumes with prismatic foundations at different side slopes

همچنانکه ملاحظه می‌گردد، ضریب رگرسیونی تغییرات C_d در برابر $Fr_1(y_1/B_c)$ طبق شکل (۶) کمتر از نمودارهای شکل (۵) می‌باشد. بنابراین استفاده از نمودارهای شکل (۵) جهت محاسبه دبی جریان، نسبت به نمودار شکل (۶) مناسب‌تر است.

۳-۳- بررسی دقت روابط بدست آمده

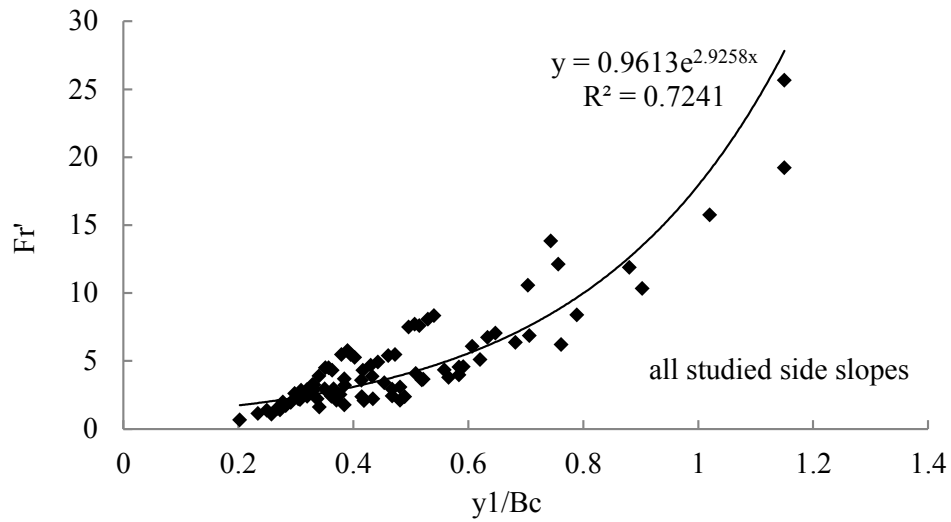
برای بررسی دقت روابط بدست آمده از نتایج هر دو تحلیل، از تابع آماری متوسط قدر مطلق خطای نسبی (MARE) استفاده شد.

$$MARE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{x_i - y_i}{x_i} \right| \quad (11)$$

مناسب‌تر از استفاده از نمودار شکل (۴) می‌باشد.

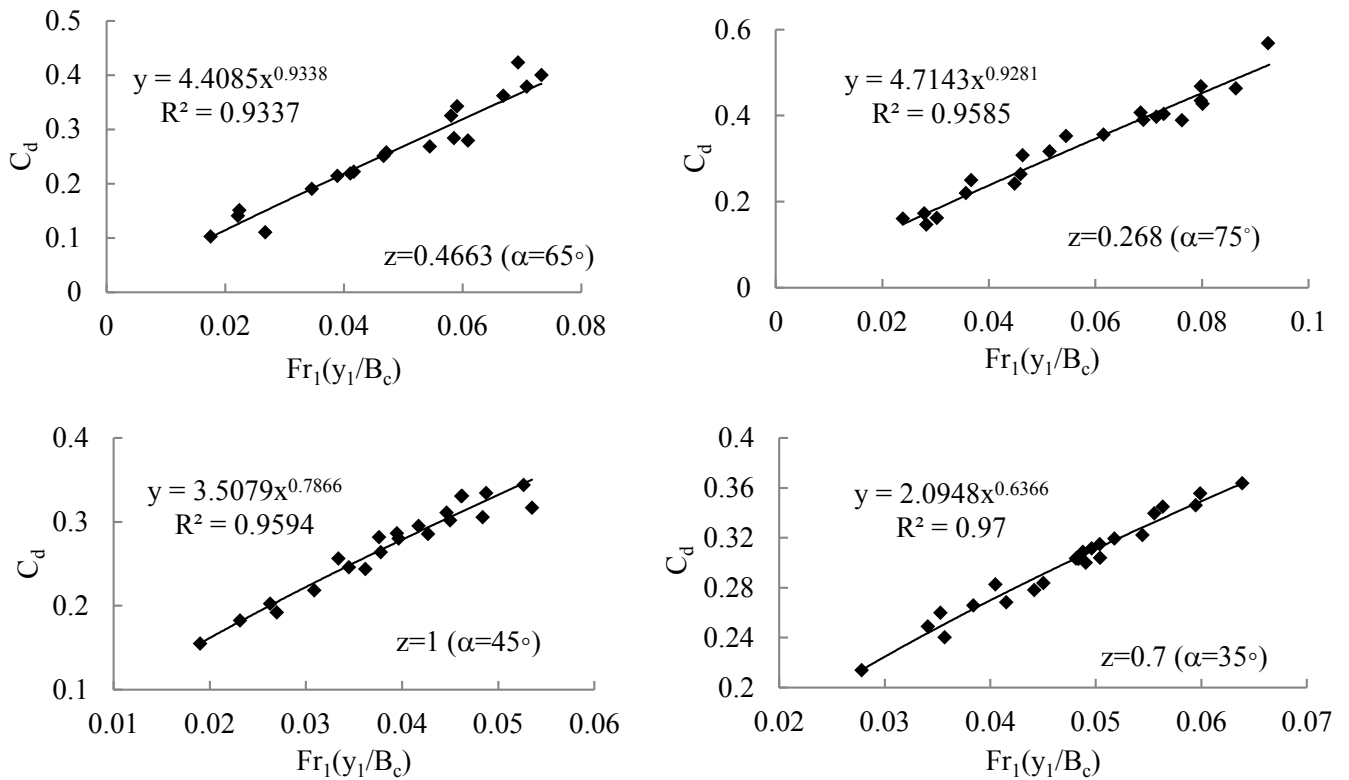
۳-۲- نتایج بر اساس اصل انرژی و ضریب دبی جریان

با محاسبه ضریب دبی جریان (C_d) با استفاده از رابطه (۷)، تغییرات C_d در برابر $Fr_1(y_1/B_c)$ (بر اساس رابطه ۱۰) برای شیب‌های جانبی بررسی شده (بطور جداگانه) در شکل (۵) نشان داده شده است. با توجه به شکل (۵)، در تمامی شیب‌های جانبی با افزایش $Fr_1(y_1/B_c)$ مقدار C_d نیز افزایش می‌یابد چون مقدار C_d با دبی جریان رابطه مستقیم دارد (رابطه ۷). پس از هم‌پوشانی نمودارهای شکل (۵)، در شکل (۶) تغییرات C_d در برابر $Fr_1(y_1/B_c)$ برای تمامی شیب‌های جانبی بررسی شده در یک نمودار نشان داده شده است.



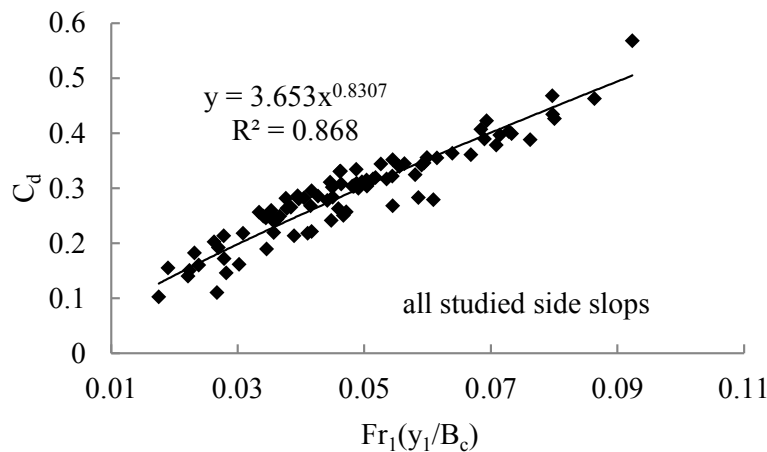
شکل ۴. تغییرات Fr' در برابر $y1/Bc$ رد تمام شیب‌های جانبی بررسی شده

Fig. 4. Variations of Fr' versus $y1/Bc$ of all investigated side slopes



شکل ۵. تغییرات Cd در برابر $Fr1(y1/Bc)$ در شیب‌های جانبی مختلف (بطور جداگانه)

Fig. 5. Changes of Cd versus $Fr1(y1/Bc)$ at different side slopes (separately)



شکل ۶. تغییرات Cd در برابر Fr1(y1/Bc) در تمامی شیب‌های جانبی بررسی شده

Fig. 6. Changes of Cd versus Fr1(y1/Bc) in all investigated side slopes

جدول ۳. مقادیر پارامتر آماری MARE در شیب‌های جانبی مختلف برای محاسبه Fr' بر اساس روابط (۴) و (۵) و Cd بر اساس رابطه (۱۰)

Table 3. MARE statistical parameter values in different side slopes to calculate Fr' based on relations (4) and (5) and Cd based on relationship (10)

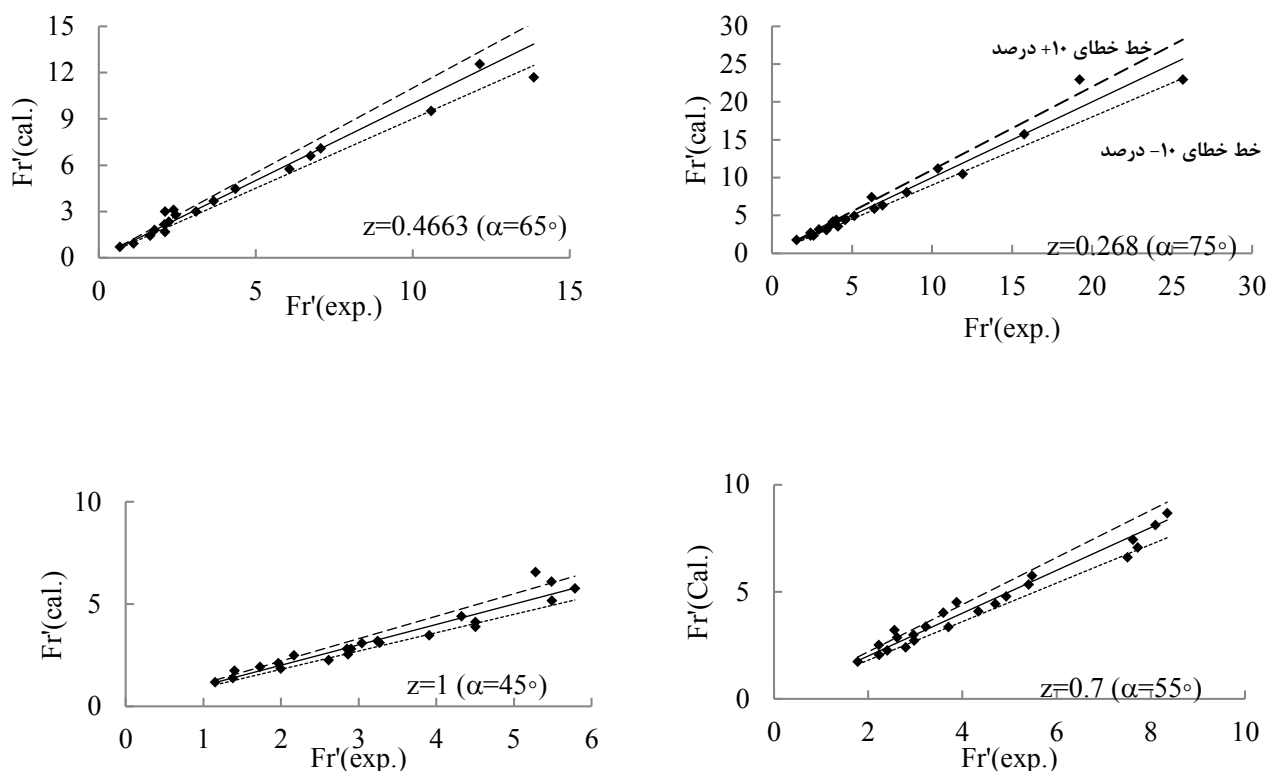
1	0.7	0.4663	0.268	شیب جانبی (z)
0.083	0.077	0.1	0.088	MARE در محاسبه Fr'
0.034	0.018	0.1	0.065	MARE در محاسبه Cd

خطا در محاسبه C_d کمتر از Fr' است. مقدار پارامتر آماری MARE برای محاسبه Fr' با استفاده از شکل (۴) معادل ۰/۲۹ و برای محاسبه C_d با استفاده از شکل (۶) معادل ۰/۰۹ است. بنابراین برای بدست آوردن دبی جریان، استفاده از محاسبه C_d دقت بالاتری نسبت به استفاده از محاسبه Fr' دارد.

با توجه به اینکه ساخت کانال دوزنقه‌ای با شیب جانبی ۱:۱ خیلی معمول تر و رایج تر است لذا استفاده از رابطه محاسبه C_d و Fr' و در نتیجه محاسبه دبی جریان که دارای متوسط قدر مطلق خطای نسبی به ترتیب ۳/۴ و ۸/۳ درصد (جدول ۳) است مناسب می‌تواند باشد.

که در آن X_i و Y_i به ترتیب مقادیر مشاهده شده (اندازه‌گیری شده) و محاسبه شده پارامترهای مورد بررسی و n تعداد آزمایش‌ها می‌باشد. برای محاسبه Fr' بر اساس روابط (۴) و (۵) و C_d بر اساس رابطه (۱۰) مقادیر پارامتر آماری فوق برای شیب‌های جانبی مختلف در جدول (۳) ارائه شده‌اند.

در جدول (۳)، مقدار متوسط خطای نسبی (MARE) در محاسبه Fr' حداکثر ۰/۱ (۱۰ درصد) در شیب جانبی $Z=0/4663$ و حداقل ۰/۰۷۷ (۷/۷ درصد) در شیب جانبی $Z=0/7$ می‌باشد. همچنین مقدار پارامتر آماری فوق در محاسبه C_d حداکثر ۰/۱ در شیب جانبی $Z=0/4663$ و حداقل ۰/۰۱۸ در شیب جانبی $Z=0/7$ است. با توجه به این جدول مشخص است که مقدار



شکل ۷. مقایسه Fr' های آزمایشگاهی و محاسباتی در شیب‌های جانبی مختلف بر اساس روش آنالیز ابعادی

Fig. 7. Comparison of experimental and calculated Fr' in different lateral slopes based on dimensional analysis method

۱۰± درصد قرار گرفته‌اند. مقایسه ضریب جریان‌های (C_d های) آزمایشگاهی و محاسباتی در شکل (۸) ارائه شده است. از روی نمودارهای این شکل دیده می‌شود که در تمامی شیب‌های جانبی بررسی شده تقریباً تمام نقاط در محدوده ۱۰± درصد خطا قرار دارند. مقایسه C_d های آزمایشگاهی و محاسباتی تمامی شیب‌های جانبی بررسی شده در قالب یک نمودار (طبق شکل ۶) در شکل (۹) مقایسه شده است. از روی این نمودار هم دیده می‌شود که اکثر نقاط در محدوده خطای ۱۰± درصد قرار دارد.

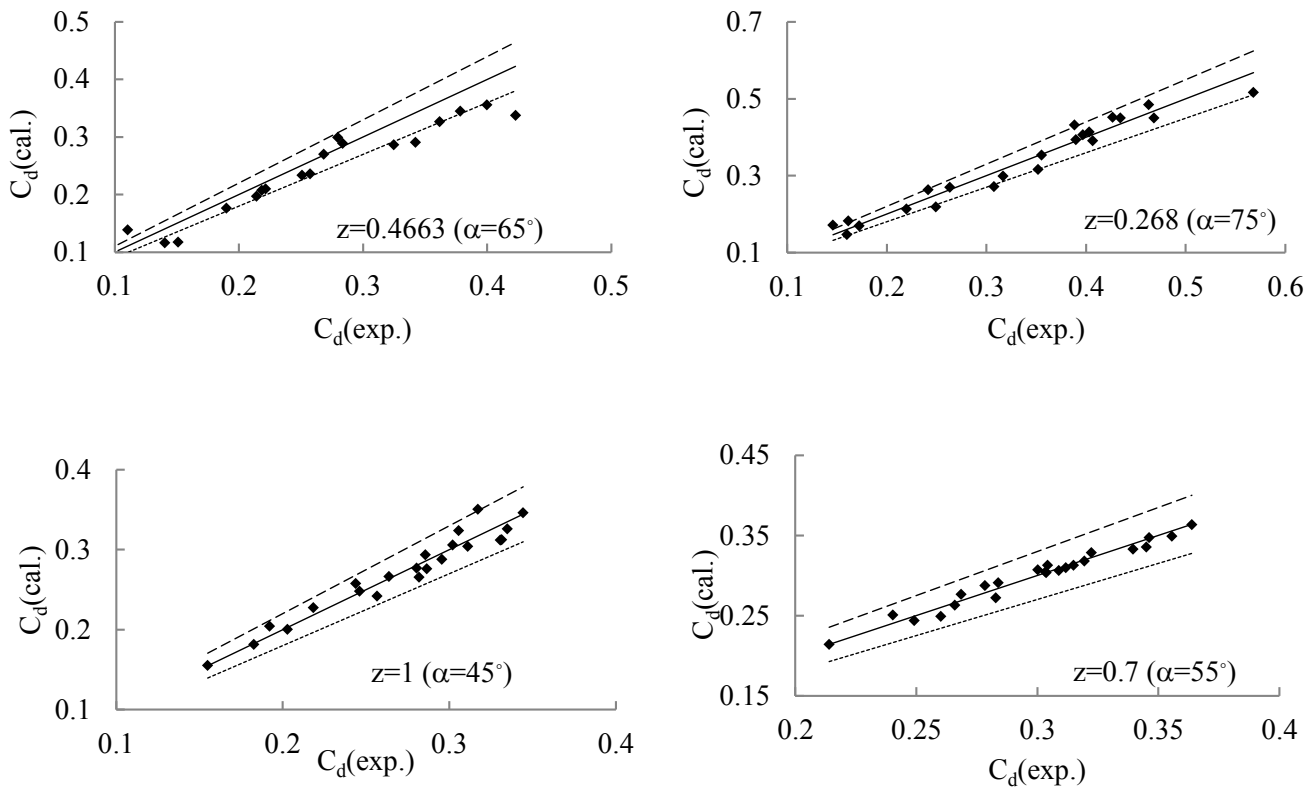
۴- نتیجه‌گیری

در تحقیق حاضر، به منظور ایجاد مقطع کنترل جریان (فلوم) در کانال‌های دوزنقه‌ای، پایه‌های منشوری با ابعاد مختلف در محور مرکزی کف کانال نصب و جریان عبوری از مقطع کنترل با دو روش بررسی شد. در روش اول یک رابطه تابعی بی‌بعد با استفاده از آنالیز ابعادی بدست آمد و روابط محاسبه دبی جریان برای هر شیب جانبی (هر فلوم) به طور جداگانه

$$C_d = 3.5079 \left(Fr_1 \frac{y_1}{B_c} \right)^{0.7866}, \quad (MARE = 0.034) \quad (12)$$

$$Fr' = 0.1079 \exp \left(10.193 \frac{y_1}{B_c} \right), \quad (MARE = 0.083) \quad (13)$$

در تحقیقات پروجینلی و بوناسی که روی فلوم‌های مستطیلی انجام شده مقدار متوسط خطای نسبی در برآورد دبی جریان بر اساس روش مبتنی بر آنالیز ابعادی معادل سه درصد گزارش شده است [۸]. در تحقیقات پروجینلی و بوناسی تحلیل جریان با استفاده از مفهوم اصل انرژی صورت گرفته است. در شکل (۷) مقادیر Fr' های آزمایشگاهی و محاسباتی برای شیب‌های جانبی بررسی شده مقایسه شده‌اند. از روی این شکل‌ها مشخص است که در تمام شیب‌های جانبی بررسی تقریباً اکثر نقاط در داخل محدوده خطای

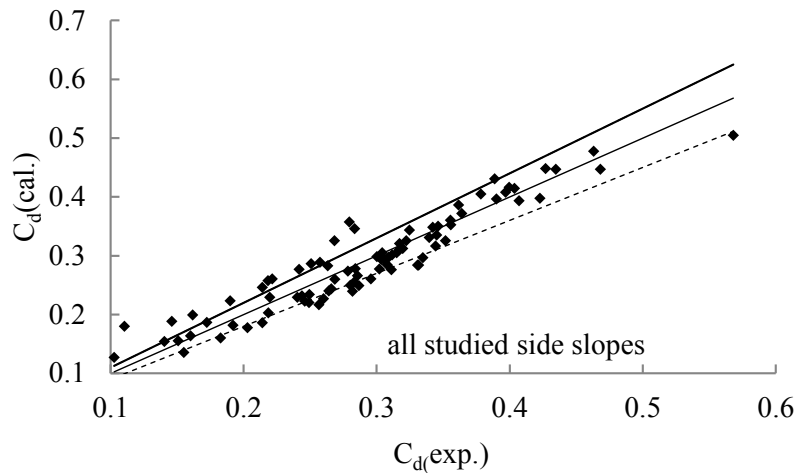


شکل ۸. مقایسه C_d های آزمایشگاهی و محاسباتی در شیب‌های جانبی مختلف (بصورت جداگانه) بر اساس روش مبتنی بر اصل انرژی

Fig. 8. Comparison of experimental and calculated C_d in different side slopes (individually) based on the energy principle.

انرژی و آنالیز ابعادی (تحلیل دوم) به ترتیب ۰/۰۶۵، ۰/۱، ۰/۰۱۸ و ۰/۰۳۴ است. ساخت کانال دوزنقه‌ای با شیب جانبی ۱:۱ خیلی معمول‌تر و رایج‌تر است لذا استفاده از روابط (۱۲) و (۱۳) برای محاسبه دبی جریان در این کانال‌ها که دارای متوسط قدر مطلق خطای نسبی به ترتیب ۰/۰۳۴ و ۰/۰۸۳ است پیشنهاد می‌گردد. همچنین مقدار متوسط قدر مطلق خطای نسبی برای محاسبه دبی جریان بر اساس رابطه واحد بدست آمده برای تمامی شیب‌های جانبی بررسی شده در تحلیل اول ۰/۲۹ و در تحلیل دوم ۰/۰۹ می‌باشد. بنابراین با توجه به مطالب فوق، جهت برآورد دبی جریان روش مبتنی بر اصل انرژی و آنالیز ابعادی (تحلیل دوم) نسبت به روش مبتنی بر آنالیز ابعادی (تحلیل اول) از دقت بالاتری برخوردار است. استفاده از نتایج این تحقیق در محدوده حداقل و حداکثر متغیرهای موجود در آزمایش‌ها پیشنهاد می‌گردد.

ارائه شد. در روش دوم برای بدست آوردن رابطه محاسبه دبی جریان، از مفهوم اصل انرژی و آنالیز ابعادی استفاده گردید و در نهایت روابط محاسبه ضریب دبی جریان در هر شیب جانبی (در هر فلوم) به طور جداگانه و سپس رابطه‌ای واحد برای محاسبه ضریب دبی جریان برای تمام شیب‌های جانبی بررسی شده بدست آمدند. آزمایشها در ۴ شیب جانبی و با ۴ پایه منشوری با ابعاد مختلف در رژیم جریان زیر بحرانی و در شرایط جریان آزاد در پایین دست پایه‌های منشوری اجرا شدند. دقت روابط بدست آمده با استفاده از تابع آماری متوسط قدر مطلق خطای نسبی بررسی (MARE) شدند. مقدار این پارامتر آماری در برآورد دبی جریان در شیب‌های جانبی $Z=0.268$ ، $Z=0.4663$ ، 0.7 و 1 با استفاده از روش مبتنی بر آنالیز ابعادی (تحلیل اول) به ترتیب 0.088 ، 0.1 ، 0.077 و 0.083 و با استفاده از روش مبتنی بر اصل



شکل ۹. مقایسه Cd های آزمایشگاهی و محاسباتی در شیب‌های جانبی مختلف (بصورت یک‌جا) بر اساس روش مبتنی بر اصل انرژی

Fig. 9. Comparison of experimental and calculated Cd in different lateral slopes (in one graph) based on the method based on the energy principle

k_f ضریب تصحیح مربوط به عرض مقطع جریان در گلوگاه فلوم در تحقیقات پروچینلی و

بوناسی (۱۹۹۷)

علائم یونانی

μ لزجت دینامیک آب، Ns/m^2

ρ جرم حجمی آب، kg/m^3

σ ضریب کشش سطحی آب، N/m

بالانویس

^۱ تصحیح شده

زیر نویس

۱ مقطع بالادست پایه منشوری

۲ مقطع پایین دست پایه منشوری

C مقطع گلوگاه فلوم

۵- فهرست علائم

علائم انگلیسی

A مساحت سطح مقطع جریان، m^2

a ضریب در معادله محاسبه C_d

B عرض کف کانال، m

b عرض پایه منشوری، m

g شتاب ثقل زمین، m/s^2

Fr عدد فرود جریان

n توان در معادله محاسبه C_d

Q دبی جریان، m^3/s

V سرعت متوسط جریان، m/s

y عمق جریان، m

Z شیب وجه جانبی کانال

C_d ضریب دبی جریان

F_m عدد فرود در تحقیقات پروچینلی و بوناسی (۱۹۹۷)

F_m^* عدد فرود تصحیح شده در تحقیقات پروچینلی و بوناسی (۱۹۹۷)

Fr عدد فرود که در آنالیز ابعادی در این تحقیق

h_m عمق ثانویه پرش هیدرولیکی آزاد در پایین دست پایه منشوری، m

h_v عمق ثانویه پرش هیدرولیکی مستغرق در پایین دست پایه منشوری، m

منابع

- [1] A. J. Clemmens, M. G. Bos, J. A. Replogle, FLUME, Design and Calibration of Long-Throated Measuring Flumes. International Institute for Land Reclamation and Improvement Wageningen, The Netherland, (1993) 117.

- Journal of Irrigation and Drainage Engineering, 133(5) (2007) 495-499.
- [12] R. P. Willeitner, S. L. Barfuss, M. C. Johnson, Montana Flume Flow Corrections under Submerged Flow, Journal of Irrigation and Drainage Engineering, 138(7) (2012) 685-689.
- [13] H. A. Hayawi, A. A. Yahya, G. A. Hayawi, Analysis of hydraulic characteristics of cutthroat flume. Al-Rafidain Engineering Journal (AREJ), 21(4) (2013) 131-141.
- [14] F. G. Carollo, C. Di Stefano, V. Ferro, V. Pampalone, New Stage-Discharge Equation for the SMBF Flume, Journal of Irrigation and Drainage Engineering 142(5) (2016) 1-5.
- [15] V. Ferro, Simple flume with a central baffle. Flow Measurement and Instrumentation, 52 (2016) 53-56.
- [16] F. Lotfi Kolavani M. Bijankhan, C. Di Stefano, V. Ferro, A. Mahdavi Mazdeh, Flow measurement using circular portable flume, Flow Measurement and Instrumentation, 62 (2018) 76-83
- [17] M. Bijankhan, V. Ferro, Experimental study on triangular central baffle flume. Flow Measurement and Instrumentation, 70 (2019) 101641.
- [18] M. Mohammadi, A. Vatankhah, Flow measurement flume with cylindrical and conical walls. Iranian soil and water researches, 51(7) (2020) 1637-1651 (in Persian).
- [19] G. V. Skogerboe, R. S. Bennett, W. R. Walker, Generalized discharge relations for cutthroat flumes, Journal of Hydraulic Division, 98(4) (1972) 596-583.
- [20] G. V. Skogerboe, M. L. Hayatt, Analysis of submergence in flow measuring flumes, Journal of Hydraulic Division, 93(4) (1967) 183-200.
- [2] M. G. Bos, Long-throated flumes and broad-crested weirs, International institute for land Reclamation and improvement, Wageningen, The Netherland, (1985) 156.
- [3] W. H. Hager, Modified trapezoidal venture channel. Journal of Irrigation and drainage engineering, 112(3) (1986) 225-241.
- [4] W. H. Hager, Mobile flume for circular channel. Journal of Irrigation and drainage engineering, 114(3) (1988) 520-534.
- [5] Z. Samani, H. Magallanez, Hydraulic characteristics of a circular flume. Journal of Irrigation & Drainage Engineering, 117(4) (1992) 559-567.
- [6] Z. Samani, H. Magallanez, Measuring water in trapezoidal canals. Journal of Irrigation & Drainage Engineering. 119(4) (1993) 181-189.
- [7] Z. Samani, H. Magallanez, Simple Flume for Flow Measurement in Open Channels. Journal of Irrigation & Drainage Engineering, 126(2) (2000) 127-129.
- [8] A. Peruginelli, F. Bonacci, Mobile prisms for flow measurement in rectangular channels. Journal of Irrigation and Drainage Engineering, 123(3) (1997) 170-174.
- [9] K. S. Prabhata, Discussion of "Mobile prisms for flow measurement in rectangular channels" by A. Peruginelli, and F. Bonacci, Journal of Irrigation and Drainage Engineering, 124(5) (1998) 279-280.
- [10] A. Goel, On a flow meter for discharge measurement in irrigation channels. Flow Measurement and Instrumentation 17(5) (2006) 255-257.
- [11] V. L. Manekar, P. D. Porey, R. N. Ingle, Discharge relation for cutthroat flume under free-flow condition.

چگونه به این مقاله ارجاع دهیم

S. Abbasi, E. Valizadegan, The Computation of the Discharge and Discharge Coefficient of the Subcritical Flow in the Trapezoidal Flumes with Prismatic Pier under Free-flow Conditions, Amirkabir J. Civil Eng., 55(1) (2023) 131-144.

DOI: 10.22060/ceej.2022.19492.7187

