



تخمین هدایت هیدرولیکی و ارزیابی عدم قطعیت بین مدل‌ها و داده‌های ورودی توسط متوسط گیری بیزین از مدل‌های هوش مصنوعی

یوسف حسن زاده^{۱*}، مرجان معظم نیا^۱، سینا صادق فام^۱، عط الله ندیری^۴

^۱ استاد مهندسی گروه آب، قطب علمی هیدرولوژی و اتوکارکور، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه تبریز

^۲ دانشجوی دکتری، دانشکده عمران، دانشگاه تبریز، تبریز، ایران

^۳ استادیار، دانشکده فنی، دانشگاه مراغه، مراغه، ایران

^۴ دانشیار، دانشکده علوم زمین، دانشگاه تبریز، تبریز، ایران

خلاصه:

تخمین هدایت هیدرولیکی از مهمترین بخش‌های مطالعات هیدرولوژی بوده که در مدیریت آب‌های زیرزمینی حائز اهمیت است. اما به علت محدودیتهای عملی، زمانی و یا هزینه‌ای، اندازه گیری مستقیم آن با دشواری همراه است. لذا استفاده از مدل‌های هوش مصنوعی با صرف هزینه کم و کارایی بالا میتوانند جایگزین مناسبی برای این منظور باشند. از آنجا که داده‌های ورودی (شامل مقاومت عرضی، ضخامت آبخوان، هدایت الکتریکی و فاصله اقلیدسی) و تکنیک‌های آموزشی متفاوت در این نوع مدل‌ها به عنوان مهم‌ترین عوامل ایجاد عدم قطعیت هستند، لذا

تأثیر منابع مختلف عدم قطعیت در خروجی باید در نظر گرفته شود. در این تحقیق روش میانگین‌گیری مدل بیزین (BMA) توسعه داده شده که شامل ترکیب مدل‌های شبکه عصبی مصنوعی، منطق فازی و نروفازی در تخمین هدایت هیدرولیکی و ارزیابی عدم قطعیت است. در مدل BMA وزن مدل‌ها توسط معیار اطلاعات بیزین (BIC) تعیین شده و واریانس درون مدل ناشی از عدم قطعیت داده ورودی و واریانس بین مدل‌ها ناشی از عدم قطعیت مربوط به ذات مدل‌های هوش مصنوعی محاسبه می‌شود. در این مطالعه روش توسعه داده شده برای تخمین هدایت هیدرولیکی در آبخوان دشت ارومیه اعمال شده است. نتایج نشان می‌دهد اگرچه مقادیر ضریب تعیین BMA نسبت به ضریب تعیین بهترین مدل، بالاتر نبوده ولی خروجی BMA حاصل اختصاص وزنهای است که عدم قطعیت بین مدل‌ها و داده‌های ورودی را در نظر می‌گیرد. همچنین تأثیر تغییرات سطح آب زیرزمینی از زمان آزمون پمپاژ تا سال ۱۳۹۴ بر مقدار هدایت هیدرولیکی بررسی شده و نتایج تفاوت بسیار کمی در تغییرات هدایت هیدرولیکی نشان می‌دهد.

۱- مقدمه

ناهمسانی محیط‌های هیدرولوژیکی، انجام این آزمایشات معمولاً زمانبر، پرهزینه و دشوار بوده و در سطوح بزرگ نیز غیرعملی است. در دهه اخیر شاهد افزایش قابل توجه تعدادی از روش‌های علمی مورد استفاده برای مدل‌سازی و پیش‌بینی هیدرولوژیکی، شامل روش‌های متداول هوشمند و داده محور هستیم. نقش مدل‌های هوش مصنوعی در پیش‌بینی فرآیندهای هیدرولوژیکی به دلیل کارایی در مدل‌سازی فیزیکی پیچیده براساس داده‌ها و اطلاعات حاکم بر فرآیند بسیار ضروری است. این روش‌های هوشمند برخلاف

تخمین دقیق پارامترهای هیدرولوژیکی از جمله هدایت هیدرولیکی مهم‌ترین عامل در مطالعات و مدل‌سازی آب‌های زیرزمینی و همچنین مسائل ژئوتکنیک به حساب می‌آید. اندازه گیری مستقیم هدایت هیدرولیکی به صورت آزمایشگاهی و صحرایی مانند آزمایش پمپاژ (Theis, 1952 Chow, 1935 Cooper, 1946 Jacob و 1946) انجام می‌گیرد [۱-۳]. اما با توجه به ناهمگنی و

* نویسنده عهده‌دار مکاتبات: yhassanzadeh@tabrizu.ac.ir



جدول ۱. فهرست موروری بر مطالعات تخمین هدایت هیدرولیکی توسط مدل‌های هوش مصنوعی

Table1. List of literature review about hydraulic conductivity estimation by artificial intelligence models

محقق	مدل‌های هوش مصنوعی مورد بررسی	اهداف کلیدی
Tamari, ۱۹۹۶	• RBF ^۱	پیش‌بینی هدایت هیدرولیکی خاک با شبکه عصبی با توابع پایه شعاعی [۱۲]
و Merdun ۲۰۰۶ همکاران	• ANN	تعمیم هدایت هیدرولیکی در نواحی وادوز با استفاده از شبکه عصبی مصنوعی [۱۳]
ROSS, ۲۰۰۷	• FL	استفاده از الگوریتم استدلال فازی برای تعریف رابطه بین اندازه دانه خاک و هدایت هیدرولیکی با معرفی توزیع اندازه خاک و توصیف کیفی لوگ‌ها [۴]
Sun, ۲۰۱۱	• ANN	تعمیم هدایت هیدرولیکی ۳ بعدی توده سنگ شکسته با استفاده از شبکه عصبی مصنوعی [۵]
Yao ۲۰۱۵ و همکاران	• ANN	شوری خاک را یکی از تأثیرگذارترین فاکتورها در مقدار پارامترهای هیدرولیکی برشمودنده که همواره به عنوان یکی از داده‌های ورودی خاک مورد استفاده قرار گیرد [۶]
و Tayfur ۲۰۱۴ همکاران	• ANN • SFL ^۲ • MFL • NF ^۲	خروجی ناشی از ترکیب نتایج همه مدل‌ها (SICM ^۳) به نسبت خروجی هر یک از مدل‌های مذکور به صورت منفرد کاراتر می‌باشد [۱۱]
و Motaghian Mohammadi ۲۰۱۱	• ANN • Regression • Ordinary kriging • kriging	روش‌های مختلفی از جمله رگرسیون، کریجینگ معمولی، کوکریجینگ و شبکه عصبی برای پیش‌بینی تغییرات مکانی هدایت هیدرولیکی اشباع از متغیرهای محیطی مقایسه شده‌اند. [۱۰]
مدل انتخاب شده با علامت ✓ نشان داده شده است.		

1-Radial Basis Functions

2-supervised artificial neural network

۱ از یک مدل هوش مصنوعی منفرد استفاده می‌کنند که شامل مطالعات موردنی مختلف به شرح زیر می‌باشند. Ross و همکاران (۲۰۰۷) از مدل فازی^۱ (FL) برای پیش‌بینی هدایت هیدرولیکی از روی داده‌های دانه بندی استفاده کردند [۴]. آنها یک مدل فازی بین دانه بندی خاک و هدایت هیدرولیکی در یک چاه ایجاد کردند و توانستند با دقت نسبتاً بالایی هدایت هیدرولیکی را برآورد کنند. در مطالعه Sun (۲۰۱۱)، یک رویکرد عملی جدید برای تعمیم هدایت

آزمون‌های صحرایی و آزمایشگاهی، این قابلیت را دارند که در زمانی کوتاه‌تر با صرف هزینه کمتر و با داده‌های در دسترس محدود، تخمین قابل قبولی از پارامترهای هیدرولوژیکی ارائه دهند. تحقیقات بسیاری در زمینه تخمین هدایت هیدرولیکی با استفاده از مدل‌های هوشمند در مناطق مختلف ارائه شده است. در این قسمت از مقدمه به بررسی مطالعات انجام یافته در این زمینه توسط مدل‌های هوش مصنوعی پرداخته شده است. این مطالعات در جدول ۱ طبقه بندی شده و به شرح زیر خلاصه می‌شوند. مدل‌ها در گروه

پیش بینی تغییرات مکانی هدایت هیدرولیکی اشباع از متغیرهای محیطی پرداخته اند [۱۰]. Tayfur و همکاران (۲۰۱۴) تخمین هدایت هیدرولیکی اشباع را با کمک چندین روش هوش مصنوعی مانند شبکه عصبی، سیستم استنتاج فازی و نروفازی نیز به صورت یکجا انجام دادند و نتیجه گرفتند خروجی ناشی از ترکیب نتایج همه مدلها به نسبت خروجی هر یک از مدلها مذکور به صورت منفرد کارتر است [۱۱].

ترکیب چندین مدل هوش مصنوعی برای برآورد هدایت هیدرولیکی با استفاده از روش CMAI^۵ پیشنهاد شده است (Kadkhodaie-Lim^۶ ۲۰۰۵ و Karimpouli^۷ ۲۰۱۰) و همکاران (۲۰۰۹^۸ و Chen^۹ ۲۰۰۶ و Lin^{۱۰} ۲۰۰۹) CMAI خروجی نهایی را به صورت ترکیب خطی خروجی های مدل های منفرد هوش مصنوعی توسط مجموعه ای از وزن ها تولید می کند. وزن ها در روش CMAI برای یافتن بهترین انطباق خروجی CMAI به مقادیر اندازه گیری شده بهینه می شوند. اگرچه CMAI ممکن است نتایج بهتری را تولید کند، اما وزن های بهینه در CMAI معنای آماری نداشته و احتمالات مدل را نشان نمی دهند.

اگرچه هدایت هیدرولیکی توسط روش های مختلف هوش مصنوعی برآورد شده است اما مطالعات بسیار محدودی از تحلیل عدم قطعیت با استفاده از روش های هوش مصنوعی توسعه یافته که از جمله میتوان روش های بوت استرپ و تخمین زننده ساندویچ (Tibshirani ۱۹۹۶)، حداقل درستنمایی و استنتاج Marce^{۱۱} (Dybowski ۱۹۹۷)، روش مونت کارلو (a) (BMA)^{۱۲} همکاران (۲۰۰۴) و روش میانگین گیری مدل بیزین^{۱۳} (a) (Tsai,Li^{۱۴} ۲۰۰۸) و همکاران (۲۰۱۳) Nadiri^{۱۵} را نام برد. میانگین گیری مدل هوش مصنوعی بیزین را به منظور برآورد هدایت هیدرولیکی در دشت توسعه داده اند [۲۲]. نتایج آنها نشان داد که برای برآورد هدایت هیدرولیکی، واریانس بین مدل ها به اندازه واریانس درون مدل ها مهم است. در این مطالعه، روش میانگین گیری مدل بیزین برای برآورد هدایت هیدرولیکی و تحلیل عدم قطعیت برآورد با استفاده از مدل های هوش مصنوعی چندگانه شامل منطق فازی، شبکه عصبی مصنوعی (ANN) و نروفازی ارائه

هیدرولیکی ۳ بعدی توده سنگ شکسته ارائه شده است [۵]. Yao^{۱۶} و همکاران (۲۰۱۵) به تخمین مقدار هدایت هیدرولیکی اشباع خاک با کمک شبکه عصبی مصنوعی^۱ (ANN) در زمین های کشاورزی ساحلی و شور جیانگسوی شمالی در کشور چین پرداختند و شوری خاک را یکی از تأثیرگذارترین فاکتورها در مقدار این پارامتر برشمردند که باقیتی همواره به عنوان یکی از داده های ورودی خاک مورد استفاده قرار گیرد [۶].

بررسی منابع نشان می دهد برخی از تحقیقات نیز در گروه ۱ جای دارند که از چندین مدل هوش مصنوعی برای ارزیابی هدایت هیدرولیکی استفاده کرده اند و بهترین مدل را گزارش نمودند. این گروه از تحقیقات به منظور خلاصه نویسی، در جدول ۱ ارائه نشده است. در این گروه می توان به مطالعه انجام یافته توسط Norouzi و همکاران (۲۰۱۸) اشاره کرد که کارایی مدل های شبکه های عصبی مصنوعی، منطق فازی و جنگل تصادفی در برآورد پارامتر قابلیت انتقال آبخوان دشت ملکان بررسی کردند. در نهایت مدل جنگل تصادفی به عنوان بهترین مدل گزارش گردید [۷]. در مطالعه انجام یافته توسط Yousefzadeh^{۱۷} (۲۰۱۷) از روش های شبکه ای عصبی مصنوعی، منطق فازی ممدانی (MFL)^۸، منطق فازی سانگنو^۹ (SFL) و سیستم استنتاج نروفازی^{۱۰} (NF) تطبیقی برای تخمین هدایت هیدرولیکی در دشت مراغه-بناب استفاده شده و نتایج آنها با استفاده از معیارهای ارزیابی با هم مقایسه و مدل نروفازی به عنوان بهترین مدل براساس مقدار RMSE انتخاب شد [۸]. در مطالعه انجام یافته توسط Rezaie^{۱۱} و Behmanesh^{۱۲} (۲۰۱۵) به مقایسه و ارزیابی توابع انتقالی رگرسیونی و نروفازی به منظور برآورد هدایت هیدرولیکی اشباع خاک در قسمتی از دشت ارومیه پرداخته شده است. نتایج بیانگر برتری مدل نروفازی نسبت به تابع رگرسیونی بوده و همچنین نشان داده شده که مدل نروفازی قادر است در بافت های خاک مختلف قدرت برآورد خود را با دقت بالا حفظ نماید [۹].

مدل ها در گروه ۲ از مدل های هوش مصنوعی چندگانه در پیش بینی هدایت هیدرولیکی استفاده کرده اند. Motaghian^{۱۳} و Mohammadi^{۱۴} (۲۰۱۱) به مقایسه روش های مختلفی از جمله رگرسیون، کریجینگ معمولی، کو کریجینگ و شبکه عصبی برای

1 Artificial Neural Network

2 Mamdani Fuzzy logic

3 Sugeno Fuzzy logic

4 Neuro Fuzzy

⁵ committee machine artificial intelligence

⁶ Bayesian Model Averaging

۲- روش شناسی

۲-۱- مدل های هوش مصنوعی

روش های مختلف هوش مصنوعی ممکن است برای برآوردهای هیدرولیکی استفاده شوند. در این مطالعه، نویسندهای بر مدل های شبکه عصبی مصنوعی، منطق فازی و نروفازی متوجه هستند و این مدل ها برای برآورد توزیع هدایت هیدرولیکی در آبخوان اعمال شده اند. هدف اصلی این مطالعه بهبود دانش کلی در برآوردهای هیدرولیکی و تحلیل عدم قطعیت با استفاده از مدل های چندگانه هوش مصنوعی تحت چارچوب میانگین گیری مدل بیزین است. داده های ورودی برای مدل های هوش مصنوعی شامل مقاومت عرضی^۱ (R), ضخامت آبخوان^۲ (B), هدایت الکتریکی^۳ (EC) و فاصله نقطه برآوردهای هیدرولیکی به مبداء سیستم مختصات^۴ (d) است. توضیحات بیشتر در انتخاب داده های ورودی مدل هوش مصنوعی ارائه خواهد شد.

۲-۲- شبکه عصبی مصنوعی

عملکرد شبکه های عصبی مصنوعی به صورت شبیه سازی مغز انسان بوده و در حال حاضر با تکنیک داده محور پایین به بالا به صورت گسترده در مطالعات هیدرولوژیکی مورداستفاده قرار می گیرد. در مطالعه حاضر پیاده سازی ANN براساس روش کلاسیک می باشد که توسط Hornik و همکاران^۵ (1989)، Haykin و همکاران^۶ (1999)، Khatibi و همکاران^۷ (2017) معرفی شده است[۲۷-۲۹]. شبکه شامل پرسپترون چند لایه پس انتشار^۸ (MLP) بوده و با استفاده از ۳ لایه اجرا می شود: (i) لایه ورودی، که شامل ۴ نرون (داده های ورودی) R , B , EC و d , (ii) لایه پنهان، که در آن تعداد نورون ها باید از روش آزمون و خطأ تعیین شود و (iii) لایه خروجی، که شامل یک نرون هدایت هیدرولیکی است. ساختار اجرای مدل در دو مرحله انجام می گیرد: (i) فاز آموزش با استفاده از الگوریتم لونبرگ-مارکوارت^۹ (LM) و (ii) فاز تست.

$$O_j = f_1(b_j + \sum_i W_{ji} + I_i) \quad (1)$$

1 Transverse Resistance

2 Thickness of the aquifer

3 Electrical Conductivity

4 distance

5 Multi Layer Perceptron

6 Levenberg-Marquardt algorithm

شده است. وزن های مدل با توجه به انطباق به داده های هدایت هیدرولیکی انتخاب می شوند که از قابلیت اعتماد بیشتری نسبت به بینهای وزن ها توسط روش CMAI برخوردار است.

وزن های مدل در BMA معنای آماری دارند به این صورت که آنها احتمال مدل پسین هستند. مدل ها با احتمالات پسین بیشتر یا وزن بالاتر، مدل های بهتری هستند زیرا آنها درک درستی از سیستم براساس شواهد داده ها ارائه می دهند. BMA از تخصیص وزن های بالا به مدل های پیچیده جلوگیری می کند، در حالی که CMAI ممکن است به نفع مدل های پیچیده برخورد کند زیرا BMA وزن های مدل را بینهای می کند. مزیت استفاده از BMA (Kass و همکاران 1997، Hoeting و همکاران 1999، Raftery 1995 و Draper 1995) به این صورت بیان می شود که BMA یک چارچوب آماری چند متغیره فراهم می کند که عدم قطعیت ناشی از درون مدل و بین مدل های مختلف را ارزیابی می کند [۲۳-۲۶]. BMA واریانس درون مدل را محاسبه می کند که نشان دهنده عدم قطعیت ناشی از پارامترهای مدل به خروجی مدل تحت ساختار مدل بوده و به محاسبه واریانس بین مدل که نشان دهنده عدم قطعیت استفاده از مدل های مختلف است می پردازد.

با توجه به بررسی مطالعات پیشین، تحقیقات محدودی در زمینه ارزیابی عدم قطعیت مدل های هوش مصنوعی در برآوردهای هیدرولیکی با استفاده از مدل بیزین، وجود دارد. این روش برای نخستین بار در دشت ارومیه به عنوان یکی از دشت های مهم در حوضه دریاچه ارومیه اعمال شده است. سپس تاثیر افت تراز ایستابی در اصلاح هدایت هیدرولیکی بررسی شده است. مدل های هوش مصنوعی شامل مدل های ANN, SFL و NF بوده که این مدل ها از جمله مدل های رایج در پیش بینی پارامترهای هیدرولوژیکی هستند. پس از پیش بینی هدایت هیدرولیکی، عدم قطعیت درون مدل ها و بین مدل ها به صورت مکانی محاسبه می شود. در این تحقیق یکی از محدودیت های مدل بیزین که در مطالعات پیشین وجود دارد، مرفع گردیده است. بطوریکه در مطالعات پیشین مشاهده گردید که وزن مدل ها بیشتر تحت تاثیر معیار پارسیمونی (садگی مدل ها) بوده و سایر معیارها نظیر عدم قطعیت و عملکرد مدل ها تاثیر کمی بر روی وزن مدل ها دارد.

در تکنیک خوشه بندی استفاده می شود. خوشه بندی به طور خودکار ساختارهای احتمالی درون داده ها را آموخته و سپس قوانین بهینه را تعیین می کند. با استفاده از خوشه بندی کاهشی^۳ (SC) ارائه شده توسط Bezdek (۱۹۸۱) و ترکیب با FL، نتایج زیر بدست می آید [۳۲]: (i) SC برای استخراج قوانین فازی اگر-آنگاه Nadiri، 1999، Wang و Chen، 1994 Chiu استفاده می شود (ii) تعداد قوانین در SC، که همان و همکاران (2013b) توانع عضویت خروجی ثابت یا خطی، که به ترتیب صفر و یک نامیده می شوند. فرآیند خوشه بندی قانون جمع بندی^۴ به صورت زیر است:

$$\log K = \frac{\sum_{i=1}^l w_i \log K_i}{\sum_{i=1}^l w_i} \quad (3)$$

که w_i وزن مربوط برای قانون i بوده و l تعداد قوانین است. یک مدل مرتبه اول SFL برای مدل سازی مقادیر هدایت هیدرولیکی توسط استفاده از تابع گوسی برای بیان توابع عضویت برای چهار داده ورودی اجرا می شود. هر ورودی به کلاس های مناسب خوشه بندی شده و مجموعه ای از قوانین فازی اگر-آنگاه برای اجتماع خطی داده های ورودی به صورت خروجی بدست آمده و از توابع عضویت برای داده های ورودی استفاده می کنند. در این مطالعه برای پیش بینی لگاریتم هدایت هیدرولیکی ($\log K$)، قانون آگر-آنگاه فازی i به صورت زیر بیان می شود:

$$R_i: \text{اگر } d \text{ متعلق به } EC, MF_{EC}^i, MF_d^i \text{ متعلق به } R_t, \text{ آنگاه } MF_{R_t}^i \text{ و } B \text{ متعلق به } MF_B^i \quad (4)$$

$$\log K_i = m_i d + n_i EC + p_i R_t + u_i B + c_i \quad (4)$$

که $\log K_i$ خروجی قانون i MF_d^i تابع عضویت خوشه i ورودی d $MF_{R_t}^i$ تابع عضویت خوشه i ورودی R_t MF_{EC}^i تابع عضویت

$$O_K = f_2(b_K + \sum_i W_{ji} + O_j) \quad (2)$$

در رابطه فوق f_1 تابع فعالسازی لایه پنهان در حالت پیشخور^۱ آن، و f_2 تابع فعالسازی در حالت پس انتشارخطا^۲ I_j ورودی d b_k خروجی W_{kj} و W_{kj} وزن های ارتباطی بین دو لایه، بایاس b_j و b_k به ترتیب برای تنظیم مقدار متوسط برای لایه خروجی و لایه پنهان بکار می روند. در این مطالعه، الگوریتم لونبرگ-مارکوارت برای اجرای مدل شبکه عصبی پس انتشار خطا در فاز آموزش آن استفاده شده و به صورت MLP-LM بیان می گردد.

۲-۱-۲- منطق فازی ساگنو (SFL)

مدل منطق فازی ساگنو (Sugeno و Takagi 1985) برای تشکیل بخش دوم از مدل های چندگانه در این مطالعه انتخاب شده است [۳۰]. یکی از معایب نسل اولیه مدل سازی مبتنی بر منطق فازی استفاده از مجموعه ای از قوانین از پیش تعریف شده بود، در صورتی که SFL اساس قوانین را از داده های محل آموخته و بدین ترتیب بر عدم قطعیت ناشی از قوانین پیش تعریف شده غلبه می کند. اساس تئوری فازی برای اولین بار توسط Zadeh (۱۹۶۵) معرفی گردید [۳۱]. از مهم ترین خصوصیات منطق فازی می توان به موارد زیر اشاره کرد: (i) در منطق فازی، استدلال دقیق یا منطق معمولی حالت خاصی از استدلال تقریبی است، (ii) هر سیستم منطقی قابل تبدیل به منطق فازی است، (iii) در منطق فازی، دانش به عنوان مجموعه ای از محدودیت های فازی یا انعطاف پذیر روی متغیرها در نظر گرفته می شود، (iv) استنتاج به عنوان فرآیند انتشار این محدودیت ها در نظر گرفته می شود.

مفهوم تابع عضویت از اهمیت ویژه ای در تئوری مجموعه های فازی برخوردار می باشد. به دلیل این که تمام اطلاعات مربوط به یک مجموعه فازی به وسیله تابع عضویت آن توصیف و در تمامی کاربردها و مسائل تئوری مجموعه های فازی از آن استفاده می گردد. تابع عضویت مقدار فازی بودن یک مجموعه فازی را مشخص می کند. انواع تابع عضویت شامل اشکال مختلف مانند مثلثی، ذوزنقه ای، گوسی، سیگموئید، S شکل و Z شکل است که اغلب از طریق آزمون و خطای در مراحل اولیه انتخاب می شود.

¹ feed forward

² Back Propagation

³ Subtractive clustering

⁴ aggregation

لایه ۵: محاسبه خروجی نهایی به عنوان میانگین وزنی تمام خروجی های توابع عضویت (مرحله انبوهش):

$$O_i^5 = \log K = \sum_{i=1}^l \bar{w}_i \log K_i \quad (9)$$

در این مطالعه پارامترهای NF در معادله (۸) و پارامترهای تابع عضویت توسط الگوریتم ترکیبی برآورد شده است، که ترکیبی از گرادیان کاهشی^۱ و روش حداقل مربعات^۲ می باشد.

۲-۳- بیزین و مدل های چندگانه

در این مطالعه از احتمال بیزین برای میانگین گیری مدل های هوش مصنوعی شامل سه مدل ANN، SFL و NF برای تخمین هدایت هیدرولیکی و ارزیابی عدم قطعیت استفاده شده است. میانگین گیری مدل بیزین شامل مولفه های زیر است: (i) برآورد پارامترهای پارسیمونی، (ii) تبدیل تئوری بیزین به الگوریتم محاسباتی و (iii) برآوردهای بیزین و الگوریتم هایی برای تعیین دو جزء عدم قطعیت.

۲-۲-۱- برآورد پارامترهای پارسیمونی

تعداد پارامترهای مدل های هوش مصنوعی اغلب زیاد هستند. اگرچه تعداد زیاد پارامترهای مدل باعث افزایش دقت شبیه سازی شده اما از طرف دیگر می تواند موجب بیش برآذش^۳ گردد. بر اساس اصل پارسیمونی، برای یک سطحی از عملکرد یکسان، مدل ساده تر در اولیت انتخاب قرار دارد. تعداد پارامترهای مدل هوش مصنوعی با استفاده از معادله زیر برآورد می شود (Heddam, Nadiri, ۱۲ HEDDAM و ۱۳ NADIRI):

$$m_p = [35-36]$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \left((N_{input} + N_{output} + 1) \times N_{hiddenlayer} + N_{output}, (ANN) \right) \\ \left((N_{input} + N_{output}) \times N_{rule} \times N_{MF}, (SFL) \right) \\ \left((N_{input} + N_{output}) \times N_{MF} + N_{input} \times N_{MF} \times 2, (NF) \right) \end{array} \right\} \quad (10)$$

که m_p تعداد پارامترهای مدل، N_{input} و N_{output} تعداد پارامترهای ورودی و خروجی و $N_{hidden layer}$ تعداد نورون در لایه پنهان هستند.

خوشی i ورودی R_i تابع عضویت خوشی i ورودی B و q_i, u_i و c_i و m_i, n_i و p_i ضرایبی می باشند که توسط برآورد خطی با حداقل مربعات تعیین می شوند.

۲-۲-۲- نروفازی

روش نروفازی شبکه تطبیق پذیر و قابل آموزشی است که به لحاظ عملکرد کاملا مشابه سیستم استنتاج فازی است. بنابراین، سیستم استنتاج NF یکپارچه شامل (i) مجموعه داده ورودی که در قسمت بالا مشخص گردید، (ii) SFL که پارامترهای تابع عضویت با استفاده از الگوریتم ترکیبی تنظیم می شود. سازگارترین روش برای ایجاد NF، روش ساگنو با استفاده از خوشی بندی کاهشی است. ساختار NF در این مطالعه شامل یک شبکه MLP ۵ لایه به شرح زیر است:

لایه ۱: تولید تابع عضویت برای داده ورودی، $X = \{d, EC, R_i, B\}$ و نورون خروجی i به صورت زیر بیان می شود:

$$O_i^1 = \mu_{ji}(X) \quad (5)$$

که j تعداد ورودی ها و i شاخص تابع عضویت می باشد، $\mu_{ji}(X)$ یک مجموعه فازی مرتبط با نورون i تحت تابع عضویت است. در این مطالعه از تابع گاوین برای تابع عضویت از طریق روش آزمون و خطا استفاده شده است.

لایه ۲: محاسبه وزن w_i برای قانون λ_m توسط ضرب درجه عضویت ها بدست می آید:

$$O_i^2 = w_i = \mu_{1i}(X) \mu_{2i}(X) \mu_{3i}(X) \mu_{4i}(X) \mu_{5i}(X) \quad (6)$$

لایه ۳: محاسبه وزن نرمالیزه برای نورون λ_m :

$$O_i^3 = \bar{w}_i = \frac{w_i}{\sum_i w_i} i = 1, \dots, 5 \quad (7)$$

لایه ۴: محاسبه سهم قانون λ_m در خروجی مدل با استفاده از SFL مرتبه اول:

$$O_i^4 = \bar{w}_i \log K_i = \bar{w}_i (m_i d + n_i EC + p_i R_i + u_i B + c_i) i = 1, \dots, 5 \quad (8)$$

¹ gradient descent
² least-squares
³ Overfitting

دهنده وزن نسبی یک مدل نسبت به مدل های دیگر قبل از مشاهده داده ها است (Ye و همکاران ۲۰۰۴) [۴۰]. هنگامی که دلیل کافی برای ترجیح دادن یک مدل نسبت به سایر مدل ها وجود نداشته باشد، Hoeting و همکاران (۱۹۹۹) اولویت برابری برای تمام مدل ها درنظر گرفته اند [۲۳]. $\Pr(D | M_p)$ تابع درستنمایی حاشیه ای برای مدل M_p است که می توان آن را به صورت زیر تقریب زد:

$$\Pr(D | M_p) \approx \exp\left[-\frac{1}{2} BIC_p\right] \quad (13)$$

$$BIC_p = Q_p + N \ln 2\pi + m_p \ln N \quad (14)$$

$$Q_p = (\Delta^{cal} - \Delta^{obs}) C_{\Delta}^{-1} (\Delta^{cal} - \Delta^{obs})^T \quad (15)$$

که N تعداد داده ها، m_p تعداد پارامترهای مدل بیان شده توسط معادله (۱۰)، Δ^{obs} مجموع خطاهای مربع وزندار، Δ^{cal} و C_{Δ} به ترتیب مقادیر $\log K$ محاسبه شده و اندازه گیری شده، ماتریس واریانس خطاهای پیش بینی شده که با انجام شبیه سازی مونت کارلو برروی پارامترهای مدل محاسبه می شود (Tsai و Li ۲۰۰۹).

$$C_{\Delta} = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \sigma_i^2 \end{bmatrix} \quad (41)$$

با جایگزینی درستنمایی حاشیه ای تقریبی (معادله ۱۳) و معادلات وابسته به آن (۱۵-۱۶) در معادله (۱۲)، احتمال پسین یا وزن مدل ها به صورت زیر بیان می شود:

$$\Pr(M_p | D) = \frac{\exp\left(-\frac{1}{2}\alpha\Delta BIC_p\right)}{\sum_{i=1}^n \exp\left(-\frac{1}{2}\alpha\Delta BIC_p\right)} \quad (16)$$

BIC_{min} کمترین مقدار BIC که اطلاعات بیزین^۱ در میان مدل ها است.

ΔBIC_{min} (Raftery ۱۹۹۷) بیان کرد که مدل ها با < 6

متعلق به پنجره پذیرش اوکام^۲ هستند، به این معنی که مدل ها

نشان دهنده تعداد تابع عضویت برای هر ورودی است.

۲-۲-۲- تئوری بیزین و تبدیل آن به یک الگوریتم تئوری بیزین از مراحل زیر تشکیل شده است:
 (الف) براساس نظریه قانون احتمال کل (Kechris ۱۹۹۵)، با در نظر گیری n مدل موجود $\{M_1, M_2, \dots, M_n\}$ مفروض مشاهداتی (D) احتمال پسین $\Pr(\Delta | D)$ به صورت زیر فرمول بندی شده است (Draper و Kass ۱۹۹۵، Raftery و همکاران ۱۹۹۷، Hoeting و همکاران ۱۹۹۹) [۲۶ و ۲۵ و ۲۴ و ۲۳]:

$$\Pr(\Delta | D) = \sum_{p=1}^n \Pr(\Delta | D, M_p) \Pr(M_p | D) \quad (11)$$

که $\Pr(\Delta | D)$ در سمت چپ، توزیع کمیت مدل شده به شرط داده های مشاهداتی D ، $\Pr(\Delta | D, M_p)$ احتمال شرطی کمیت (M_p) و مدل مفروض (D) و مدل مشاهداتی (M_p) است. در این مطالعه Δ نشان دهنده هدایت هیدرولیکی برآورد شده، D نشان دهنده مجموعه داده های d ، R_t ، EC و B است. M_p نشان دهنده مدل های ANN، SFL و NF است.

(ب) سمت راست معادله (۱۱) شامل دو ترم می باشد: اولین ترم $\Pr(\Delta | D, M_p)$ هدایت هیدرولیکی پیش بینی شده توسط مدل های هوش مصنوعی بوده اما برآورد ترم دوم $\Pr(M_p | D)$ چالش برانگیز است. با توجه به قاعده بیز، احتمال پسین مدل به صورت زیر محاسبه می شود (Berger ۱۹۸۵) [۳۹]:

$$\Pr(M_p | D) = \frac{\Pr(D | M_p) \Pr(M_p)}{\sum_{j=1}^n \Pr(D | M_j) \Pr(M_j)} \quad (12)$$

که $\Pr(M_p)$ احتمال مدل پیشین برای مدل M_p است که می تواند توسط قضایوت کارشناسی مورد ارزیابی قرار گرفته و نشان

¹ Bayesian Information Criterion

² Occam

ترکیب می کند: (i) پارسیمونی مدل که توسط معادله (۱۰) بیان می شود، (ii) عدم قطعیت مرتبط با ورودی های اندازه گیری شده تحت عنوان عدم قطعیت درون مدل، و (iii) عدم قطعیت بین مدل های هوش مصنوعی. مطابق با قانون امیدریاضی کل و واریانس، میانگین و واریانس پیش بینی ها به ترتیب به صورت زیر محاسبه می شود:

$$E(\Delta | D) = \sum_{p=1}^n E(\Delta | D, M_p) \Pr(M_p | D) \quad (17)$$

$$\begin{aligned} Var(\Delta | D) &= E_M Var(\Delta | D, M_p) + \\ &Var_M E(\Delta | D, M_p) \end{aligned} \quad (18)$$

که معادله (۱۹) شامل دو ترم بوده و ترم اول آن بیان کننده واریانس درون مدل می باشد:

$$\begin{aligned} E_M Var(\Delta | D, M_p) &= \\ \sum_{p=1}^n Var(\Delta | D, M_p) \Pr(M_p | D) \end{aligned} \quad (19)$$

همچنین ترم دوم، واریانس بین مدل ها به صورت زیر بیان می شود:

$$\begin{aligned} Var_M E(\Delta | D, M_p) &= \\ \sum_{p=1}^n [E(\Delta | D, M_p) - E(\Delta | D)]^2 \Pr(M_p | D) \end{aligned} \quad (20)$$

-۲-۳ معیارهای عملکرد

در مراحل آموزش/ تست مدل های هوش مصنوعی و نتایج چهار مدل از معیارهای عملکرد زیر استفاده می شود: (i) معیار خطای جذر میانگین مربعات^۴ (RMSE)، که دارای مقدار ۰ برای یک مدل کاملاً مناسب بوده و حد بالایی ندارد، اگرچه مقدار پایین تر آن نشان دهنده عملکرد بهتر مدل می باشد؛ (ii) ضریب تعیین^۵ (R^2) با بیشترین مقدار برابر با ۱، بیانگر مدلی با عملکرد کاملاً مناسب بوده و هنگامی که مقدار آن به صفر نزدیک می گردد، یعنی عملکرد مدل ضعیف و همبستگی بین مقادیر مشاهداتی و محاسباتی وجود ندارد.

جدول ۲. مقادیر فاکتور مقیاس براساس اندازه های مختلف پنجره واریانس و سطوح معنی داری برای میزان داده n
Table 2. Scaling Factors for Different Sizes of Variance Window and Significance Levels using Observation Data n (Tsai&Li 2008a)

	σ_d	$2\sigma_d$	$4\sigma_d$
سطح معنی داری ۰.۵	$\frac{4.24}{\sqrt{n}}$	$\frac{2.12}{\sqrt{n}}$	$\frac{1.06}{\sqrt{n}}$
سطح معنی داری ۰.۱	$\frac{6.51}{\sqrt{n}}$	$\frac{3.26}{\sqrt{n}}$	$\frac{1.63}{\sqrt{n}}$

با > 6 توسط پنجره اوکام حذف می شوند[۲۴]. پنجره اوکام ممکن است منجر به برآورد بایاس احتمالات مدل پسین شده و مدل ها با نتایج خوب حذف شوند (Hoeting و همکاران ۱۹۹۹)[۲۳]. به عبارت دیگر، استفاده از پنجره اوکام ممکن است منجر به انتخاب بهترین مدل و حذف سایر مدل های خوب گردد. انتخاب بهترین مدل، یا فقط تعداد محدودی از مدل های خوب، ممکن است منجر به پیش بینی بایاس و ناچیز شمردن عدم قطعیت پیش بینی شود.

بررسی این مسئله توسط معرفی پنجره واریانس^۱ و شاخص مقیاس^۲ (α) (Li و Tsai, ۲۰۰۹ a,b و Tsai, ۲۰۰۸ a,b) به منظور پذیرفتن تمام مدل های خوب انجام یافته است[۴۱ و ۴۲ و ۲۱ و ۳۹ و ۳۸ و ۱۸]. S_1 مقدار ΔBIC_p متعاظر با شاخص مقیاس یک پارامتر آماری بوده و به صورت رابطه $\alpha = \frac{S_1}{S_2 \sigma_d}$ تعریف می شود[۴۲]. S_1 در پنجره اوکام و S_2 عرض پنجره واریانس در سطح معنی داری^۳ در پنجره اوکام و سطح معنی داری در واحد $\sqrt{2n} = \sigma_d$ است. شاخص مقیاس می تواند مقادیر بین ۰ و ۱ بگیرد که $\alpha = 1$ منجر به پنجره اوکام و $\alpha = 0$ وزن های برابری برای تمام مدل ها اختصاص می دهد. جدول ۲ براساس مطالعات Tsai و Li (2008 a,b)، میزان شاخص مقیاس α برای اندازه پنجره واریانس مختلف و سطوح معنی داری مختلف نشان می دهد[۲۱ و ۴۲].

۲-۲-۳- مدل بیزین و برآورد عدم قطعیت ذاتی
مدل بیزین، مدل های هوش مصنوعی را با استفاده از سه روش

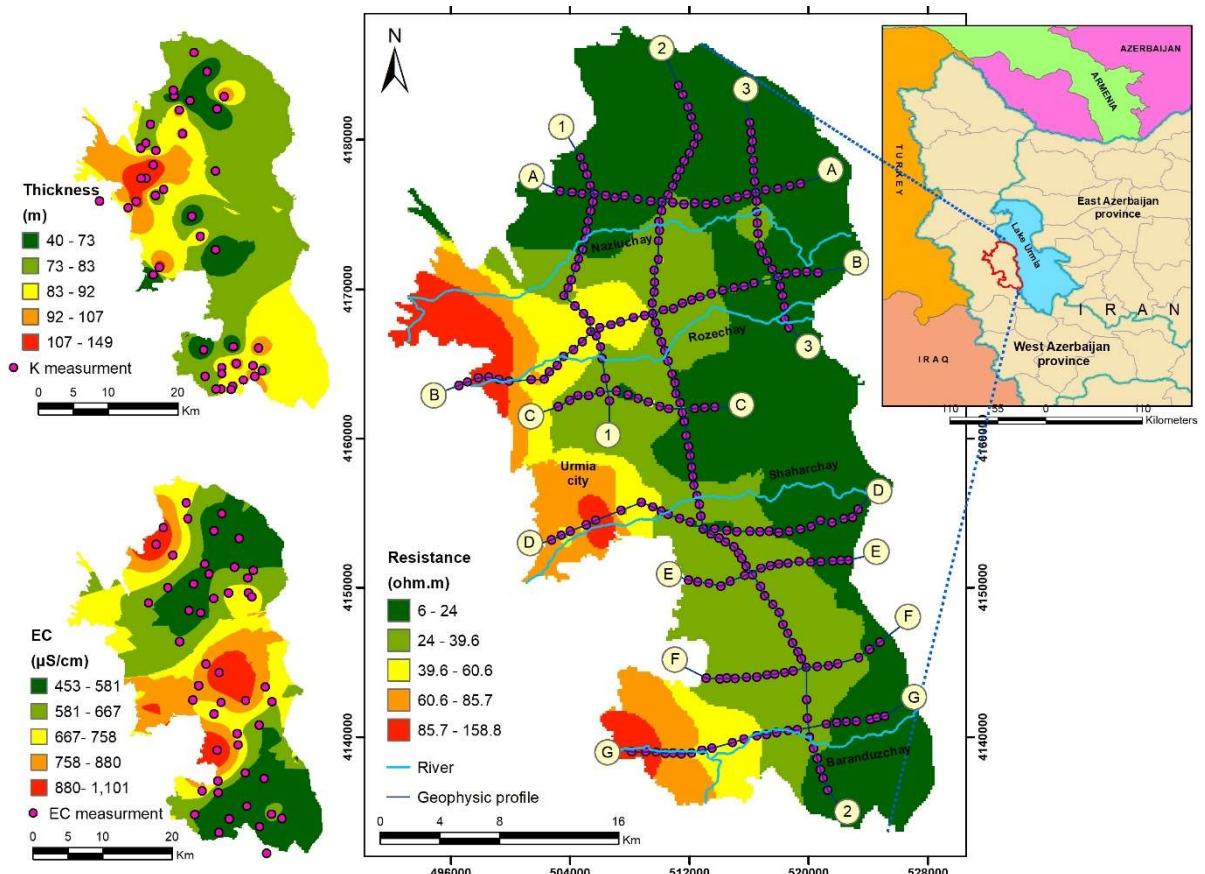
۱ variance

۲ scaling factor

۳ significance level

۴ Root Mean Square Error

۵ determination coefficient



شکل ۱. پروفیل ها و موقعیت سوندazها (ارزیابی ژئوکتریکی) و توزیع R_t توزیع EC و توزیع ضخامت دشت ارومیه

Fig. 1. profiles and location of the geoelectrical survey, the R_t distribution, the EC distribution and the thickness distribution of the Urmia aquifer

تخليه سالانه آبهای زیرزمینی دشت به طور متوسط ۵۸۵ میلیون متر مکعب در سال برآورد شده است. منطقه مورد مطالعه دارای آب و هوای نیمه خشک و سرد براساس روش آمبرژه^۲ (۱۹۳۰) شناخته شده است. میانگین بارندگی سالانه در ایستگاه ارومیه ۳۵۰ میلیمتر و میانگین دمای سالانه آن ۱۲ درجه سانتیگراد برای دوره ۱۰ ساله (۱۳۸۳-۱۳۹۳) است. آبخوان دشت ارومیه از نوع آزاد بوده و شامل رسوبات آبی ناهمگن است. این آبخوان آزاد دارای منابع آب زیرزمینی با کیفیت بالا بوده و یکی از ۱۲ آبخوان اطراف دریاچه ارومیه است. بررسی ژئوکتریک نشان داده شده در شکل ۱ توسط اداره آب منطقه ای استان آذربایجان غربی (۱۳۸۶) انجام شده است. ضخامت آبخوان (B) در ۴۲ نقطه و مقاومت عرضی (R_t) در ۲۶۶ نقطه در امتداد پروفیل های ژئوکتریک برآورد شده است. ضخامت ماکریم ۱۴۹ متر و ضخامت مینیمم ۴۰ متر است. توزیع R_t , EC و B نشان

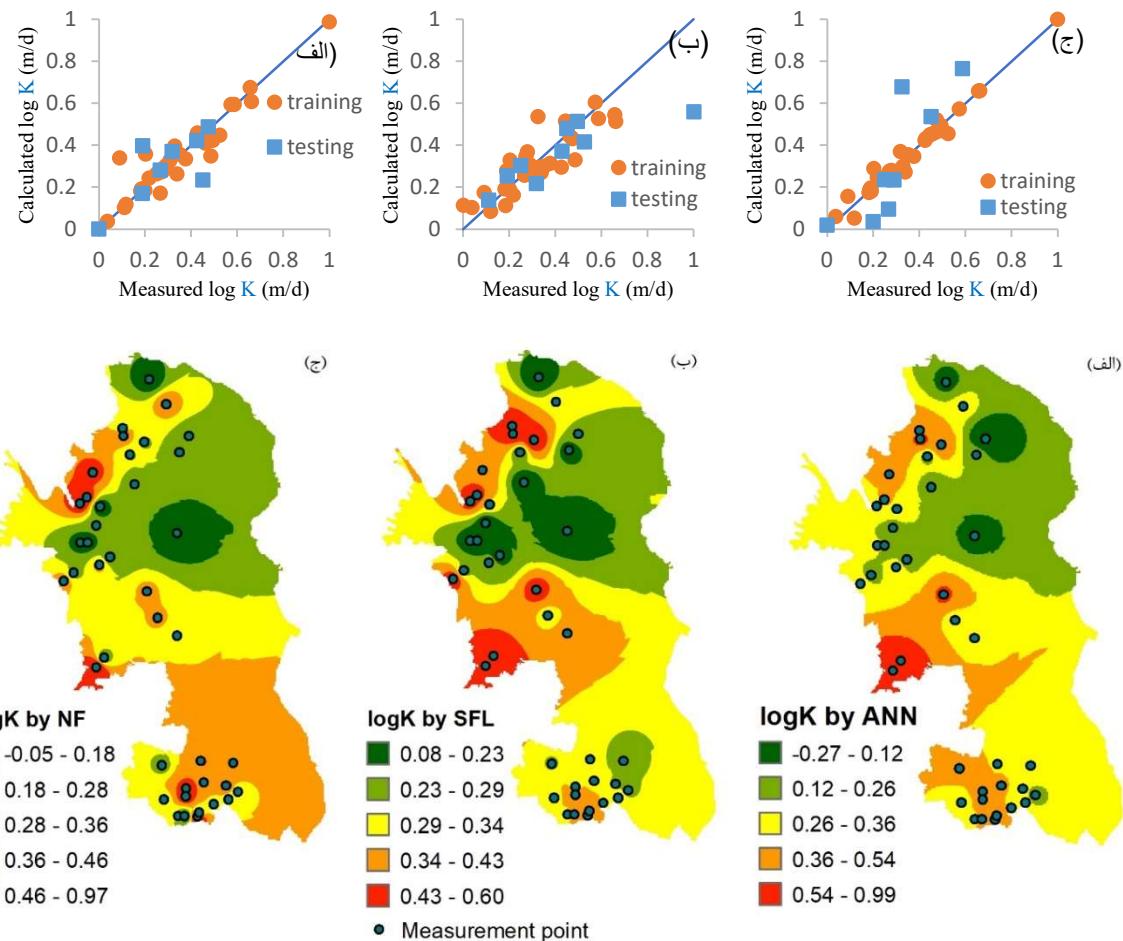
۳- منطقه مورد مطالعه و داده ها

منطقه مورد مطالعه مربوط به دشت ارومیه در استان آذربایجان غربی، در کنار ضلع غربی دریاچه ارومیه در شمال غربی است (شکل ۱). مساحت تقریبی دشت حدود ۱۰۰۰ کیلومتر مربع است و با آبخوان آبرفتی موجود در آن همپوشانی داشته که شامل حوضه های اصلی رودخانه به شرح زیر است: شهرچای، نازلوجچای، روشه چای و باراندوزچای. رودخانه ها در امتداد مرزهای بین ترکیه و ایران در محدوده کوه معروف به مور داغلار^۱ با کوه های سرو، سیلوان، موانا و زیوه نشات می گیرند. اما مسیل جریان در جهت کلی شرقی به سمت دریاچه ارومیه در شرق از طریق دشت ارومیه جریان دارد. ارتفاع متوسط دشت ۱۳۲۰ متر از سطح دریاهای آزاد است.

بر اساس گزارشات آب منطقه ای استان آذربایجان غربی (۱۳۷۰)، آبخوان ارومیه شامل ۲۶ قنات، ۱۵ چشمه و ۱۸۷۴۵ پمپ است.

جدول ۳. معیارهای عملکرد مدل‌ها هوش مصنوعی منفرد
Table 3. Fitting Results for Individual AI Models

NF		SFL		ANN		معیار
RMSE	R ²	RMSE	R ²	RMSE	R ²	
۰/۰۳۲	۰/۹۷	۰/۰۸۴	۰/۷۴	۰/۰۶۷	۰/۸۸	مرحله آموزش
۰/۱۸	۰/۷۴	۰/۱۵۹	۰/۷۲	۰/۱۰۸	۰/۵۵	مرحله تست
۰/۰۶۸	۰/۹۰	۰/۱۰۶	۰/۷۱	۰/۱۰۵	۰/۷۴	آموزش و تست



شکل ۲. نمودار پراکنش مدل‌های هوش مصنوعی و توزیع لگاریتم هدایت هیدرولیکی متناظر با آنها برای (الف) شبکه عصبی مصنوعی، (ب) فازی ساگنو و (ج) نروفازی

Fig. 2. scatter diagram and Distributions of logK obtained by (a) ANN, (b) SFL, (c) NF

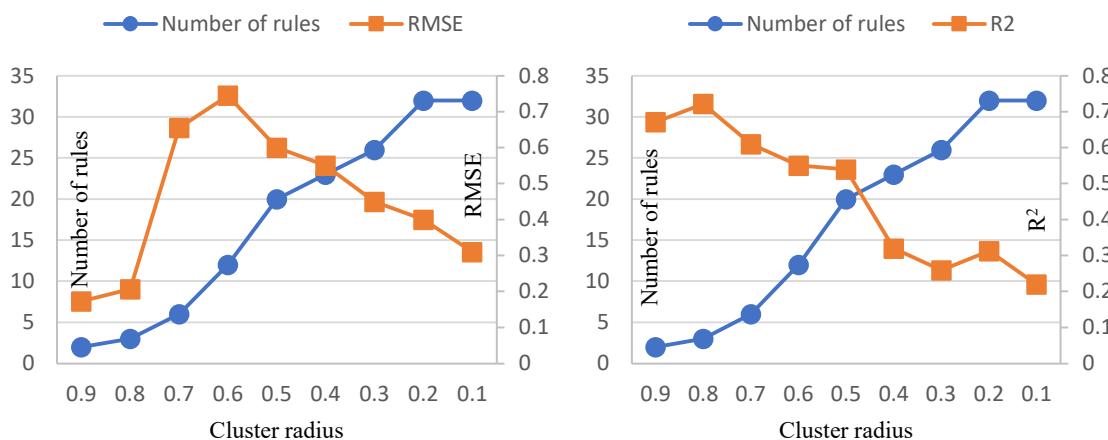
است.

داده شده در شکل ۱ با روش کریجینگ معمولی بدست آمده است. هدایت هیدرولیکی در دشت ارومیه در ۴۱ نقطه توسط آزمون پمپاز تعیین شده، که توسط شرکت آب استان آذربایجان غربی (۱۳۸۶) انجام شده است. EC در ۴۹ چاه اندازه گیری شده، و توزیع EC توسط کریجینگ معمولی نشان داده شده در شکل ۱ بدست آمده

۴- نتایج و بحث

۴-۱- ساختارداده های ورودی و هدف

انتخاب متغیرهای ورودی در این تحقیق بر اساس نتایج تحقیقات



شکل ۳. تغییرات تعداد قوانین در مقابل R^2 و RMSE با شاعع خوش
Fig. 3. The variation of Number of rules versus R^2 and RMSE with cluster radius

می شود. برای درنظرگرفتن عدم قطعیت داده های ورودی ناشی از درونیابی و محاسبه ماتریس کواریانس خطاهای (C_{ϵ})، عدم قطعیت برای داده های ورودی R ، EC درنظرگرفته شده است. زیرا مقادیر سایر داده ها در محل اندازه گیری هدایت هیدرولیکی (محل انجام آزمون پمپاژ) به صورت قطعی مشخص بوده و لذا داده های B و d فاقد عدم قطعیت ناشی از درونیابی هستند.

در این مرحله با استفاده از شبیه سازی گوسین دنباله ای^۲ (Olea, 1999)، ۴۰۰۰ نمونه تصادفی برای R و EC تولید شده و وارد مدل های هوش مصنوعی می شوند [۴۷]. برای بقیه داده های ورودی (B و d)، مجموعه داده های مربوطه تکرار می شوند. شایان ذکر است درونیابی دو متغیر، EC و R ، فرایند مستقلی بوده و نیازی به در نظر گرفتن همبستگی بین داده ها در روند درونیابی وجود ندارد. زیرا درونیابی بر اساس یک سری نقاط مشاهداتی پراکنده انجام می گردد و همبستگی که بین داده ها برای نقاط مشاهداتی وجود دارد، در نتایج حاصل از درونیابی نیز حفظ خواهد شد.

۴-۲- برآورد هدایت هیدرولیکی توسط مدل های هوش مصنوعی
در مدل شبکه عصبی مصنوعی، از رویکرد آزمون و خطا برای انتخاب تعداد نرون ها در لایه پنهان استفاده شده و تست های اولیه نشان داده که ساختار ۴ نرون، معیارهای عملکرد بهینه را تولید می کند. با توجه با ساختار داده ها، تعداد نرونها در لایه ورودی و خروجی به ترتیب برابر ۴ و ۱ است. جدول ۳ و شکل ۲(الف) عملکرد

پیشین انجام شده و سپس همبستگی داده ها نیز ارزیابی شده است. مطالعات انجام یافته توسط Harb (1947) و Maillet (2010) نشان می دهد قابلیت انتقال و هدایت هیدرولیکی با مقادیر مقاومت عرضی و ضخامت همبستگی دارد [۴۳ و ۴۴]. از طرفی Rodriguez و Valcarce (2000) و Andricevic و Purvance (2004) اظهار داشتند بین هدایت الکتریکی و هدایت هیدرولیکی همبستگی وجود دارد [۴۵ و ۴۶]. همچنین Norouzi و همکاران (2018)، Nadiri و یوسف زاده (2017)، و همکاران (2013) نشان دادند پارامترهای ژئوفیزیکی و هیدرولوژیکی مرتبط با قابلیت انتقال، از جمله مقاومت عرضی، هدایت الکتریکی، ضخامت آبخوان و فاصله اقلیدسی به عنوان مهم ترین ورودی در آموزش مدل های هوش مصنوعی برای تخمین و هدایت هیدرولیکی بکار می روند [۷ و ۸ و ۲۲]. بنابراین، در این تحقیق مقادیر هدایت هیدرولیکی بدست آمده از آزمون پمپاژ به عنوان داده هدف و از مقادیر اندازه گیری شده متغیرهای R ، B ، EC و همچنین فاصله (d) به عنوان ورودی این مدل ها استفاده شده است.

مجموعه داده ها به صورت تصادفی به شرح زیر تقسیم بندی شده اند، ۸۰٪ برای مرحله آموزش و ۲۰٪ برای مرحله تست. با وجود اینکه هر کدام از متغیرهای ورودی میتواند دارای عدم قطعیت باشد، در این مقاله عدم قطعیت متغیرهای ورودی با استفاده از واریانس کریجینگ^۱ درنظر گرفته شده است که به خروجی لگاریتم هدایت هیدرولیکی مدل هوش مصنوعی توسط وزن ها و قوانین منتقل

2 sequential Gaussian

1 kriging variances

ضریب تعیین و RMSE پرداخته می شود. ضریب تعیین همبستگی خطی بین مقادیر تخمینی و مقادیر مشاهداتی هدایت هیدرولیکی را توصیف می کند. وجود این همبستگی خطی بیانگر عملکرد بالای مدل است. بر اساس ضریب تعیین ارائه شده در جدول ۳ می توان اظهار داشت که مقادیر تخمینی هدایت هیدرولیکی توسط مدل نروفازی از در فاز آموزش و تست عملکرد بهتری نسبت به دو مدل دیگر داشته است. این در حالیست که برای انتخاب مدل دوم، مشاهده می گردد ANN در فاز آموزش و SFL در فاز تست عملکرد بهتری را نشان داده اند.

ضریب RMSE بیانگر میانگین مجذور خطای مدل بوده و مقادیر نزدیک به صفر بیانگر عملکرد بالای مدل است. در صورتیکه این معیار برای اولویت بندی مدل ها استفاده گردد، مشاهده می شود کمترین مقدار RMSE در مرحله آموزش به NF تعلق داشته در صورتیکه کمترین مقدار RMSE در مرحله تست به مدل ANN تعلق دارد. بر این اساس انتخاب مدل برتر با مشکل مواجه می گردد مگر اینکه از RMSE مرحله آموزش و تست به صورت توان استفاده گردد که در این صورت مدل NF به عنوان مدل برتر گزارش می گردد. وجود چنین روندی انتخاب بهترین مدل و یا وزندهی مدل ها را با تردید مواجه می کند. از طرف دیگر باید توجه داشت گاهی ضرایب فوق بین مدلها ناچیز بوده و تغییر چشمگیری ندارد. در چنین وضعیتی ترکیب مدلها با استفاده از رویکرد مدل های چندگانه توسط تئوری بیزین، اهمیت خود را آشکار می سازد.

۴-۳- برآورد هدایت هیدرولیکی توسط BMA

در این بخش نتایج میانگین مدل بیزین برای ترکیب مدل های ANN، SFL و NF برای برآورد هدایت هیدرولیکی ارائه شده است. مقادیر BIC از طریق رابطه (۱۴) به ترتیب برای این مدل ها مقادیر $4/81$ ، $10/79$ و $45/81$ محاسبه شد. مطابق معادله (۱۴) BIC شامل دو بخش است. بخش اول Q_p بوده که نشان دهنده اثر توان نیکوبی برازش مدل های منفرد در برابر داده های مشاهداتی و همچنین در برابر داده های تصادفی ایجاد شده است و به ترتیب برای این مدل ها مقادیر $19/5$ ، $85/2$ و $78/3$ بدست آمده است. بخش دوم تابع تعداد پارامترهای مدل بوده و برای پیچیدگی مدل را محاسبه می کند. در اجرای مدل بیزین مشخص شد که بخش دوم معادله

شبکه عصبی مصنوعی را در فازهای آموزش و تست و همچنین توزیع مکانی هدایت هیدرولیکی بدست آمده با تکنیک کریجینگ^۱ را نشان می دهد.

در مدل فازی ساگنو، با استفاده از روش خوش بندی کاهاشی (SC)، مقادیر شعاع خوش و تعداد قوانین با حداقل رساندن بین لگاریتم هدایت هیدرولیکی مشاهداتی و تخمینی تعیین شده است.تابع عضویت گاووسین برای برازش داده ها با استفاده از میانگین و انحراف معیار آنها مورد استفاده قرار گرفته است. شکل ۳ نشان می دهد که زمانی که شعاع خوش افزایش می یابد، تعداد قوانین کاهاش می یابد. با توجه به معیار R^2 و RMSE در شکل ۳، شعاع خوش $8,0$ و سه قانون برای مدل منطق فازی ساگنو تعیین شده است. در هر قانون، پارامترهای q_i ، p_i ، m_i و c_i در خروجی تابع عضویت نیز با توجه به معیارهای عملکرد برآورد شده است. جدول ۳ و شکل ۲(ب) عملکرد سیستم استنتاج فازی ساگنو را در فازهای آموزش و تست نشان می دهد. همچنین در این شکل توزیع مکانی هدایت هیدرولیکی مدل SFL بدست آمده با تکنیک کریجینگ نشان داده شده است.

مدل نروفازی از ترکیب مزایای شبکه های عصبی مصنوعی و سیستم استنتاج فازی بهره می برد به طوریکه در مدل نرو فازی پارامترهای مدل با استفاده از ترکیب روش کاهاش گرادیان پس انتشار خطا و روش حداقل مربعات مورد ارزیابی قرار می گیرد. در این مدل نیز همانند مدل SFL توابع ورودی گوسین و توابع خروجی خطی می باشد. به عبارت دیگر این مدل از شبکه های عصبی مصنوعی برای بهینه سازی مدل فازی و تعیین قوانین استفاده می کند. انتخاب متغیرها و توابع در مدل نروفازی بر اساس رویکرد آزمون و خطا انجام شده که بر این اساس توابع عضویت گوسی بهترین عملکرد را نشان داده است. جدول ۳ و شکل ۲(ج) عملکرد نروفازی را در فازهای آموزش و تست نشان می دهد. همچنین در این شکل توزیع مکانی هدایت هیدرولیکی مدل نروفازی بدست آمده با تکنیک کریجینگ نشان داده شده است.

۴-۲- مقایسه عملکرد مدل های هوش مصنوعی

در این بخش به ارزیابی مدل های هوش مصنوعی از دیدگاه معیار

¹ kriging

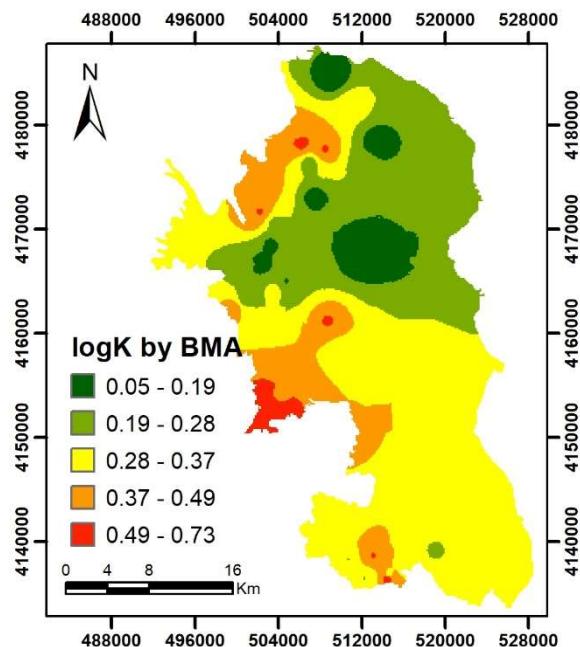
جدول ۴. مقادیر BIC و وزن مدل ها
Table 4. BIC Values and Model Weights

مدل های هوش مصنوعی	تعداد پارامترهای مدل	Q_p	BIC	وزن مدل
ANN	۴۵	۵/۱۹	۸۱/۰۴	۰/۳۰
SFL	۲۵	۲/۸۵	۷۹/۱۰	۰/۴۲
NF	۱۱۷	۳/۷۸	۸۱/۴۵	۰/۲۸

مدل ها به همراه BIC و تعداد پارامترهای درون مدل در جدول ۴ نشان ارائه شده است. با توجه به این جدول مشاهده می گردد به تمام مدل ها وزن های متناسب با مقدار BIC ، اختصاص داده شده که به ترتیب برای مدل های ANN، SFL و NF برابر ۳۰، ۴۲ و ۲۸ درصد است.

توزیع مکانی لگاریتم هدایت هیدرولیکی براساس میانگین مدل بیزین (معادله ۱۶)، برای دشت ارومیه در شکل ۴ نشان داده شده است. مقدار میانگین محاسبه شده توسط مدل بیزین حاصل تاثیر نیکویی برآش مدل ها برای داده های مشاهداتی و داده های تصادفی ایجاد شده و همچنین تاثیر پارسیمونی یا اولویت دهی به مدل های ساده تر است. مقادیر متوسط گیری شده دارای مقدار ضریب تعیین و RMSE برابر با ۷۷/۰ و ۰/۹۵ است. با وجود اینکه این مقادیر نسبت به مقادیر مربوط به NF کمتر است ولی باید توجه داشت در محاسبه میانگین گیری علاوه بر نکویی برآش (عدم قطعیت بین مدل ها)، عدم قطعیت داده های ورودی و سادگی مدل ها نیز مدنظر قرار گرفته است.

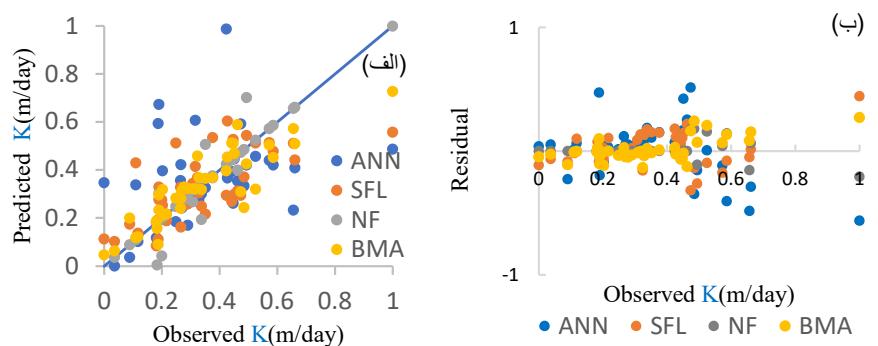
میزان پراکنش نتایج پیش بینی شده توسط مدل های هوش مصنوعی و بیزین و خطای باقیمانده در شکل ۵ نشان داده شده است. در شکل ۵ (الف) مشاهده می گردد نتایج مدل بیزین پراکندگی کمتری نسبت به سایر مدل ها دارد. در شکل ۵ (ب) نیز مشاهده می شود که نمودار خطای باقیمانده در مدل بیزین نسبت به سایر مدل ها کمتر است. نکات برجسته ای ارائه شده از نتایج کلی در این بخش عبارتند از: (الف) هیچ مدل منفردی در همه موارد بهترین عملکرد را ندارد، (ب) معیارهای عملکرد، ابزارهای مفیدی برای خلاصه سازی بوده و در کنار نمودارهای پراکنش، جنبه های پنهان کیفیت مدل سازی را



شکل ۴. توزیع $\log k$ بدست آمده توسط BMA
Fig. 4. Distributions of $\log K$ obtained by BMA

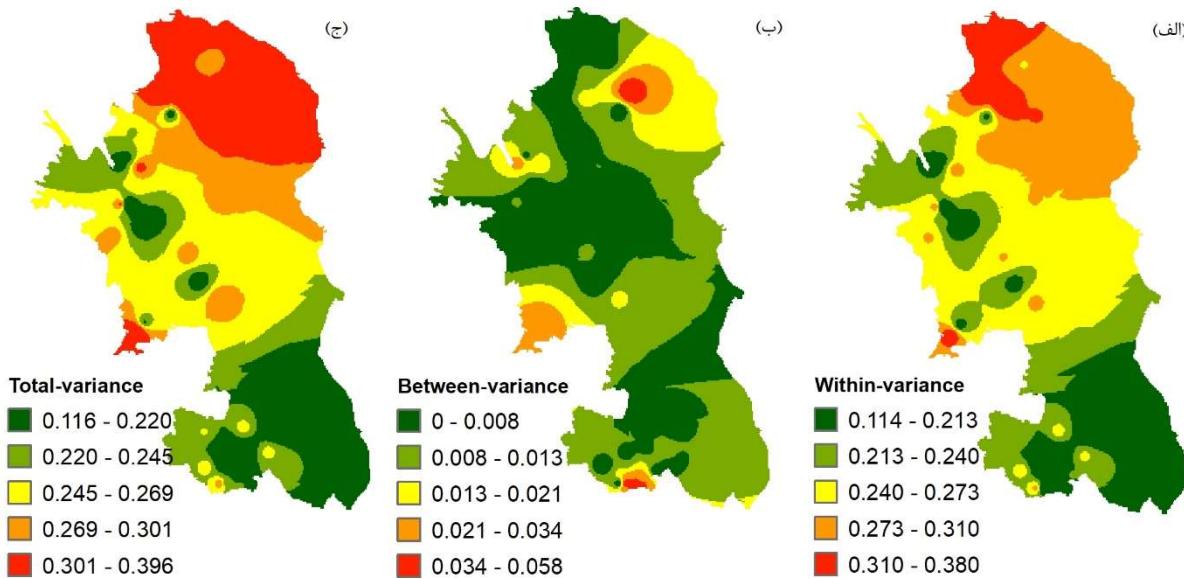
(۱۶) و تعداد پارامترهای مدل، فاکتور غالبی در محاسبه BIC بوده و تاثیر Q_p در BIC بسیار ناچیز است. این مسئله در مطالعات پیشین هم بوده رویت گردید (Nadiri و همکاران ۱۳/۲۰) [۲۲]. در این مطالعه با نرمال کردن تعداد پارامترهای مدل ها بین ۰ و ۱، تاثیر جمله مربوط به پیچیدگی مدل در محاسبه BIC در مقایسه با Q_p متعادل گردید.

وزن های مدل با استفاده از مقادیر BIC و $\sigma_D = 2.12 / \sqrt{41} = 0.331$ (۲۰٪ اندازه پنجره واریانس و سطح معنی داری) توسط معادله (۱۶) محاسبه می گردد. مقادیر وزن



شکل ۵. الف- نمودار پراکنش با استفاده از هدایت هیدرولیکی اندازه گیری شده و پیش بینی شده توسط مدل های هوش مصنوعی و خطای باقیمانده ب-نمودار

Fig. 5. Performance of AI model and BMA: (a) scatter diagram; (b) residual error



شکل ۶. توزیع واریانس لگاریتم هدایت هیدرولیکی بدست آمده توسط BMA الف- واریانس بین مدل، ب- واریانس کل مدل، ج- واریانس کل

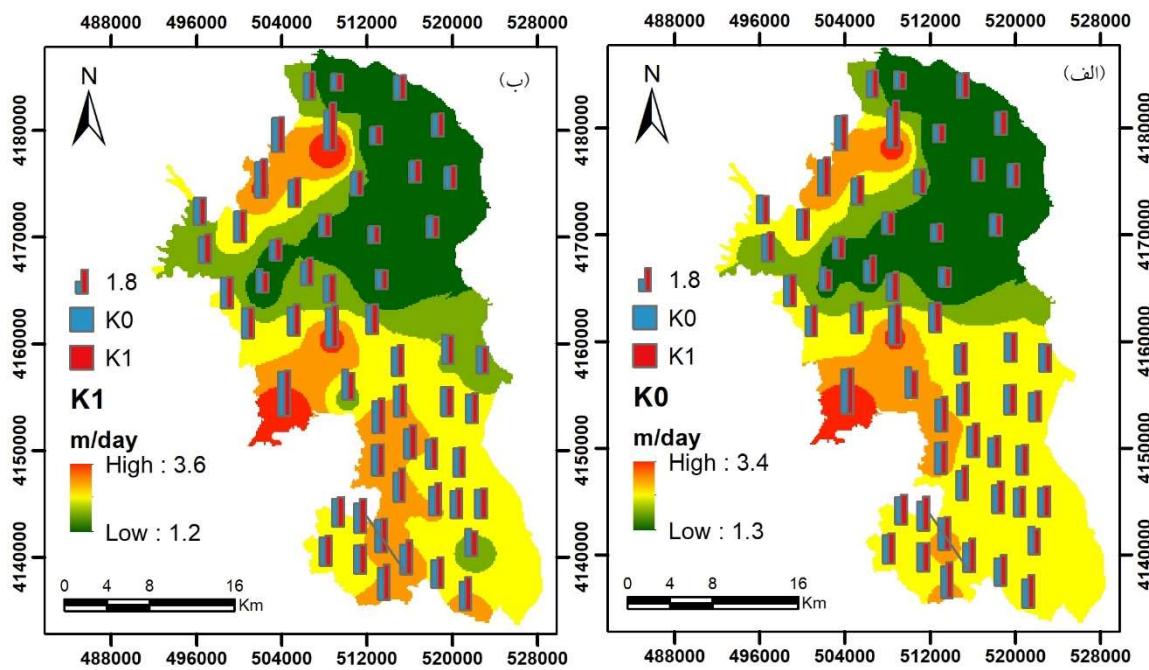
Fig. 6. Distributions of standard deviation of logK obtained by BMA: (a) within-model standard deviation, (b) between-model standard deviation,(c) total standard deviation

درون مدل لگاریتم هدایت هیدرولیکی براساس معادله (۱۹) محاسبه شده و در شکل ۶ (الف) نشان داده شده است. حداکثر واریانس درون مدل لگاریتم هدایت هیدرولیکی برای دشت ارومیه 0.38 m/d می باشد.

واریانس بین مدل لگاریتم هدایت هیدرولیکی توسط معادله (۲۰) محاسبه شده و توزیع مکانی آن در شکل ۶(ب) نشان داده شده است. حداکثر واریانس بین مدل لگاریتم هدایت هیدرولیکی برابر 0.058 m/d است. مشاهده می شود که واریانس درون مدل از واریانس بین مدل در دشت ارومیه بیشتر است. چنین اختلافی بینگر این است که عدم

آشکار می کنند. برآورد عدم قطعیت بین مدلها و عدم قطعیت درون مدلها

واریانس لگاریتم هدایت هیدرولیکی با استفاده از مدل های چندگانه هوش مصنوعی از واریانس درون مدل و واریانس بین مدل تشکیل شده است. در این مطالعه، واریانس درون مدل از عدم قطعیت ناشی از داده ورودی (R_i و EC) حاصل شده است. شبیه سازی گوسین دنباله ای (Olea 1999)، برای تولید نمونه های تصادفی از ورودی ها و سپس برای بدست آوردن واریانس لگاریتم هدایت هیدرولیکی برای مدل های منفرد به کار رفته است [۴۷]. واریانس



شکل ۷. مقایسه توزیع مکانی هدایت هیدرولیکی الف- در زمان آزمون پمپاز سال ۱۳۸۶، ب- در سال ۱۳۹۴

Fig. 7. The comparison of Hydraulic conductivity distribution: (a) during Pumping test in 2007, (b) in 2015

بر مقادیر هدایت هیدرولیکی ندارد.

۵- نتیجه گیری

در این مطالعه برآورد هدایت هیدرولیکی در آبخوان ارومیه، واقع در استان آذربایجان غربی انجام شده است. با توجه به اینکه اندازه گیری مستقیم هدایت هیدرولیکی به صورت آزمایشگاهی و صحرایی زمانبر، پرهزینه و دشوار بوده و در سطوح بزرگ نیز غیرعملی است، بدین منظور استراتژی جایگزین شامل استفاده از مدل های هوش مصنوعی شبکه عصبی مصنوعی (ANN)، منطق فازی ساگنو (SFL) و نروفازی (NF) است. برآورد توسط مدل های هوشمند در دو مرحله انجام یافته که مرحله اول از سه مدل هوش مصنوعی منفرد تشکیل شده و در مرحله ۲ مدل بیزن بوده که باعث پیش بینی بهتر و ارزیابی عدم قطعیت می گردد. تکنیک میانگین گیری مدل بیزن (BMA) برای ترکیب نتایج سه مدل اعمال شده که پیش بینی ها را بهبود بخشیده و امکان اندازه گیری عدم قطعیت را فراهم می کند. مدل بیزن نتایج این مدل ها را به صورت یک مدل منفرد ترکیب می کند که در آن مدل اغلب از مدل های منفرد عملکرد بهتری داشته و پراکندگی در باقیمانده خطای کاهش می دهد. در این مقاله

قطعیت مدلسازی در این تحقیق بیشتر تحت تاثیر عدم قطعیت داده ها ورودی قرار دارد تا عدم قطعیت بین مدلها. ولی با این حال در شکل ۶ (ج) که توزیع واریانس کل لگاریتم هدایت هیدرولیکی برآورد شده را نشان می دهد، مشاهده می گردد واریانس بین مدلها بر توزیع مکانی واریانس کل بخصوص در شمال دشت، تاثیر داشته است.

در شکل ۷ به مقایسه تغییرات مقادیر K در زمان آزمون پمپاز که در سال ۱۳۸۶ انجام شده و آخرین سال داده ها موجود (سال ۱۳۹۴) پرداخته شده است. لازم به ذکر است اصلاح مقادیر هدایت هیدرولیکی در محل لاغ های حفاری انجام شده و نقاط موجود در این شکل موقعیت مکانی لاغ های حفاری را نشان می دهد. بررسی ها نشان می دهد که تغییرات بسیار کمی نسبت به تغییر تراز آب زیرزمینی در محاسبه مقادیر K وجود دارد. همچنین در شکل ۷ علاوه بر تغییرات توزیع مکانی هدایت هیدرولیکی، مقادیر K0 و K1 به صورت ستونی و بارنگ های قرمز و آبی نشان داده شده که به ترتیب بیانگر مقدار هدایت هیدرولیکی در سال ۱۳۸۶ و مقدار اصلاح شده آن در سال ۱۳۹۴ است. با دقت در این شکل می توان دریافت که تفاوت اندکی در تغییرات هدایت هیدرولیکی وجود دارد. بنابراین می توان نتیجه گرفت که تغییرات سطح آب زیرزمینی تاثیر چندانی

سیستم استنتاج عصبی فازی	ANFIS	یکی از محدودیت های مدل بیزن که در مطالعات پیشین وجود دارد، مرتفع گردیده است. در مطالعات پیشین مشاهده گردید که وزن مدل ها بیشتر تحت تاثیر عدم قطعیت و عملکرد مدل ها تاثیر کمی بر روی وزن مدل ها دارد. در این مطالعه با نرمال کردن تعداد پارامترهای داخل مدل های هوش مصنوعی، این محدودیت برطرف شده است.
شبکه عصبی مصنوعی	ANN	
ضخامت آبخوان	B	
معیار اطلاعات بیزین	BIC	
میانگین گیری مدل بیزن	BMA	عدم قطعیت لگاریتم هدایت هیدرولیکی با استفاده از مدل های چندگانه هوش مصنوعی از عدم قطعیت درون مدل و عدم قطعیت بین مدل ها تشکیل شده است. در این مطالعه، عدم قطعیت درون مدل از عدم قطعیت ناشی از داده ورودی (R_i و EC) حاصل شده است. نتایج نشان می دهند که تاثیر عدم قطعیت مدل لگاریتم هدایت هیدرولیکی بیشتر تحت تاثیر عدم قطعیت داده ها ورودی (عدم قطعیت درون مدل) قرار دارد ولی واریانس بین مدلها بر توزیع مکانی واریانس کل بخصوص در شمال دشت، تاثیر داشته است. در این مطالعه چون محل انجام آزمون پمپاژ و محل اندازه گیری متغیرهای Rt و EC متفاوت است درونیابی متغیرهای Rt و EC تخمین هدایت هیدرولیکی توسط مدل های هوش مصنوعی را با عدم قطعیت مواجه می کند. سایر منابع عدم قطعیت در متغیر ورودی می تواند ایده تحقیق در مطالعات آنی باشد. همچنین پیشنهاد می گردد با توجه به اینکه عدم قطعیت متغیر هدف (هدایت هیدرولیکی) هم در داده های افت-زمان و هم نوع مدل افت-زمان انتخاب شده وجود دارد، در مطالعات آتی به ارزیابی عدم قطعیت در روش محاسبه هدایت هیدرولیکی نیز پرداخته شود.
ماتریس واریانس خطاهای پیش بینی	C_A	
شوری آب	EC	
منطق فازی	FL	
هدایت هیدرولیکی	K	
لونبرگ مارکوارت	LM	
پرسپترون چند لایه	MLP	
تعداد پارامترهای مدل	m_p	
کریجینگ معمولی	OK	
مجموع خطاهای مرتع و زندار	Q_p	
ضریب تعیین	R^2	
توابع پایه شعاعی	RBF	
خطای جذر میانگین مربعات	RMSE	
مقاومت عرضی	R_i	در بخش آخر مطالعه به بررسی تغییرات تراز آب زیرزمینی و کاهش یا افزایش آن بر میزان هدایت هیدرولیکی انجام یافته است.
خوشه بندی کاهشی	SC	بدین منظور تغییرات مقادیر K در زمان آزمون پمپاژ و آخرین سال داده های موجود پرداخته شده و نتایج تفاوت اندکی در تغییرات هدایت هیدرولیکی را نشان می دهد. بنابراین می توان نتیجه گرفت که تغییرات سطح آب زیرزمینی تاثیر چندانی بر مقادیر هدایت هیدرولیکی ندارد.
شبکه عصبی مصنوعی تحت نظرارت	SICM	
منطق فازی ساگتو	SFL	
علائم یونانی	Δ	
کمیت پیش بینی	ρ	
مقاومت الکتریکی	λ	
پارامتر پارسیمونی	α	
شاخص مقیاس		

مراجع

[1] C.V. Theis, The relation between the lowering of the piezometric surface and the rate and duration of discharge of a well using ground-water storage, Eos, Transactions American Geophysical Union, 16(2) (1935) 519-524.

فهرست علائم

علائم انگلیسی

هوش مصنوعی

AI

- 28(4) (2014) 1173-1184.
- [12] S. Tamari, J. Wösten, J. Ruiz-Suárez, Testing an artificial neural network for predicting soil hydraulic conductivity, *Soil Science Society of America Journal*, 60(6) (1996) 1732-1741.
- [13] H. Merdun, Ö. Çınar, R. Meral, M. Apan, Comparison of artificial neural network and regression pedotransfer functions for prediction of soil water retention and saturated hydraulic conductivity, *Soil and Tillage Research*, 90(1-2) (2006) 108-116.
- [14] J.-S. Lim, Reservoir properties determination using fuzzy logic and neural networks from well data in offshore Korea, *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 49(3-4) (2005) 182-192.
- [15] S. Karimpouli, N. Fathianpour, J. Roohi, A new approach to improve neural networks' algorithm in permeability prediction of petroleum reservoirs using supervised committee machine neural network (SCMNN), *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 73(3-4) (2010) 227-232.
- [16] A. Kadkhodaie-Ilkhchi, A. Amini, A fuzzy logic approach to estimating hydraulic flow units from well log data: A case study from the Ahwaz oilfield, South Iran, *Journal of Petroleum Geology*, 32(1) (2009) 67-78.
- [17] C.-H. Chen, Z.-S. Lin, A committee machine with empirical formulas for permeability prediction, *Computers & Geosciences*, 32(4) (2006) 485-496.
- [18] R. Tibshirani, A comparison of some error estimates for neural network models, *Neural Computation*, 8(1) (1996) 152-163.
- [19] R. Dybowski, Assigning confidence intervals to neural network predictions, in: *Neural Computing Applications Forum (NCAF) Conference*, 1997.
- [20] R. Marcé, M. Comerma, J.C. García, J. Armengol, A neuro-fuzzy modeling tool to estimate fluvial nutrient loads in watersheds under time-varying human impact, *Limnology and Oceanography: Methods*, 2(11) (2004) 342-355.
- [21] F.T.C. Tsai, X. Li, Inverse groundwater modeling for hydraulic conductivity estimation using Bayesian [2] V.T. Chow, On the determination of transmissibility and storage coefficients from pumping test data, *Eos, Transactions American Geophysical Union*, 33(3) (1952) 397-404.
- [3] H. Cooper Jr, C.E. Jacob, A generalized graphical method for evaluating formation constants and summarizing well-field history, *Eos, Transactions American Geophysical Union*, 27(4) (1946) 526-534.
- [4] J. Ross, M. Ozbek, G.F. Pinder, Hydraulic conductivity estimation via fuzzy analysis of grain size data, *Mathematical geology*, 39(8) (2007) 765-780.
- [5] J. Sun, Z. Zhao, Y. Zhang, Determination of three dimensional hydraulic conductivities using a combined analytical/neural network model, *Tunnelling and Underground Space Technology*, 26(2) (2011) 310-319.
- [6] Y. Yao, C. Zheng, J. Liu, G. Cao, H. Xiao, H. Li, W. Li, Conceptual and numerical models for groundwater flow in an arid inland river basin, *Hydrological Processes*, 29(6) (2015) 1480-1492.
- [7] H. Norouzi, A.A. Nadiri, A. Asghari Moghaddam, M. Norouzi, Comparing Performans of Fuzzy Logic, Artificial Neural Network and Random Forest Models in Transmissivity Estimation of Malekan Plain Aquifer, *Iranian journal of Ecohydrology*, 5(3) (2018) 739-751.
- [8] A.A. Nadiri, S. Yousefzadeh, A Comparison of the Performance of Artificial Neural Network, Fuzzy Logic and Adaptive Neuro-Fuzzy Inference Systems Models in the Estimation of Aquifer Hydraulic Conductivity. A Case Study: Maraghe-Bonab Aquifer, *Hydrogeomorphology*, 3(10) (2017) 21-40.
- [9] J. Behmanesh, E. Rezaie, EVALUATION OF REGRESSION AND NEURO_FUZZY MODELS IN ESTIMATING SATURATED HYDRAULIC CONDUCTIVITY, (2015).
- [10] H. Motaghian, J. Mohammadi, Spatial estimation of saturated hydraulic conductivity from terrain attributes using regression, kriging, and artificial neural networks, *Pedosphere*, 21(2) (2011) 170-177.
- [11] G. Tayfur, A.A. Nadiri, A.A. Moghaddam, Supervised intelligent committee machine method for hydraulic conductivity estimation, *Water resources management*,

- (1994) 267-278
- [34] M.-S. Chen, S.-W. Wang, Fuzzy clustering analysis for optimizing fuzzy membership functions, *Fuzzy sets and systems*, 103(2) (1999) 239-254.
- [35] A.A. Nadiri, E. Fijani, F.T.-C. Tsai, A. Asghari Moghaddam, Supervised committee machine with artificial intelligence for prediction of fluoride concentration, *Journal of Hydroinformatics*, 15(4) (2013) 1474-1490.
- [36] S. Heddam, A. Bermad, N. Dechemi, ANFIS-based modelling for coagulant dosage in drinking water treatment plant: a case study, *Environmental monitoring and assessment*, 184(4) (2012) 1953-1971.
- [37] A.S. Kechris, Analytic Well-founded Relations, in: *Classical Descriptive Set Theory*, Springer, 1995, pp. 239-241.
- [38] E.E. Leamer, E.E. Leamer, Specification searches: Ad hoc inference with nonexperimental data, Wiley New York, 1978.
- [39] J.O. Berger, Prior information and subjective probability, in: *Statistical Decision Theory and Bayesian Analysis*, Springer, 1985, pp. 74-117.
- [40] M. Ye, S.P. Neuman, P.D. Meyer, Maximum likelihood Bayesian averaging of spatial variability models in unsaturated fractured tuff, *Water Resources Research*, 40(5) (2004).
- [41] X. Li, F.T.C. Tsai, Bayesian model averaging for groundwater head prediction and uncertainty analysis using multimodel and multimethod, *Water resources research*, 45(9) (2009).
- [42] F.T.C. Tsai, X. Li, Multiple parameterization for hydraulic conductivity identification, *Groundwater*, 46(6) (2008) 851-864.
- [43] R. Mallet, The fundamental equations of electrical prospecting, *Geophysics*, 12(4) (1947) 529-556.
- [44] N. Harb, K. Haddad, S. Farkh, Calculation of transverse resistance to correct aquifer resistivity of groundwater saturated zones: implications for estimating its hydrogeological properties, *Lebanese science journal*, 11(1) (2010) 105-115.
- model averaging and variance window, *Water Resources Research*, 44(9) (2008).
- [22] A.A. Nadiri, N. Chitsazan, F.T.-C. Tsai, A.A. Moghaddam, Bayesian artificial intelligence model averaging for hydraulic conductivity estimation, *Journal of Hydrologic Engineering*, 19(3) (2014) 520-532.
- [23] J.A. Hoeting, D. Madigan, A.E. Raftery, C.T. Volinsky, Bayesian model averaging: a tutorial, *Statistical science*, (1999) 382-401.
- [24] Raftery, A. E., Madigan, D., & Hoeting, J. A. (1997). Bayesian model averaging for linear regression models. *Journal of the American Statistical Association*, 92(437), 179-191.
- [25] R. Kass, A. Raftery, Bayes Factors, in *Journal of the American Statistical Association*, (1995).
- [26] D. Draper, Assessment and propagation of model uncertainty, *Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Methodological)*, 57(1) (1995) 45-70.
- [27] K. Hornik, M. Stinchcombe, H. White, Multilayer feedforward networks are universal approximators, *Neural networks*, 2(5) (1989) 359-366.
- [28] S. Haykin, *Neural networks: a comprehensive foundation*, Prentice-Hall, Inc., 2007.
- [29] R. Khatibi, M.A. Ghorbani, F.A. Pourhosseini, Stream flow predictions using nature-inspired firefly algorithms and a multiple model strategy—directions of innovation towards next generation practices, *Advanced Engineering Informatics*, 34 (2017) 80-89.
- [30] T. Takagi, M. Sugeno, Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control, *IEEE transactions on systems, man, and cybernetics*, (1) (1985) 116-132.
- [31] L.A. Zadeh, Fuzzy sets, in: *Fuzzy sets, fuzzy logic, and fuzzy systems: selected papers by Lotfi A Zadeh*, World Scientific, 1996, pp. 394-432
- [32] J.C. Bezdek, Objective function clustering, in: *Pattern recognition with fuzzy objective function algorithms*, Springer, 1981, pp. 43-93.
- [33] S.L. Chiu, Fuzzy model identification based on cluster estimation, *Journal of Intelligent & fuzzy systems*, 2(3)

- geophysics in karst aquifers, Journal of Environmental Hydrology, 12 (2004) 1-7.
- [47] R.A. Olea, Normalization, in: Geostatistics for Engineers and Earth Scientists, Springer, 1999, pp. 31-38.
- [45] D.T. Purvance, R. Andricevic, On the electrical-hydraulic conductivity correlation in aquifers, Water Resources Research, 36(10) (2000) 2905-2913.
- [46] R. Valcarce, W. Rodríguez, Resolution power of well log

چگونه به این مقاله ارجاع دهیم

Y. Hassanzadeh, M. Moazamnia, S. Sadeghfam, A. Nadirid, Hydraulic conductivity and uncertainty analysis of between-models and input data by using Bayesian model averaging of artificial intelligence model, Amirkabir J. Civil Eng., 52(9) (2020) 2171-2190.

DOI: [10.22060/ceej.2019.15955.6087](https://doi.org/10.22060/ceej.2019.15955.6087)



