



دانشگاه صنعتی امیرکبیر  
(پلی تکنیک تهران)

دوره چهل و شش، شماره ۱، تابستان ۱۳۹۳، صفحه ۲۳ تا ۳۸  
Vol. 46, No. 1, Summer 2014, pp. 23-38



نشریه علمی - پژوهشی امیرکبیر (مهندسی عمران و محیط زیست)  
Amirkabir Journal of Science & Research (Civil & Environmental Engineering)  
(AJSR - CEE)

## تحلیل یقین‌اندیشانه مقاومت و شکل‌پذیری ستون‌های ساخته شده از بتن پرمقاومت

محمد رضا اصفهانی<sup>۱\*</sup>، سید محمد صابری زاده<sup>۲</sup>

۱- استاد، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه فردوسی مشهد

۲- دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه فردوسی مشهد

(دریافت ۱۳۸۹/۵/۱۶، پذیرش ۱۳۹۱/۴/۱۴)

### چکیده

بررسی رفتار تنش-کرنش بتن‌های با مقاومت بالا که توسط فولادهای جانبی محصور شده‌اند توسط پژوهشگران مختلفی مورد توجه بوده است. در نتیجه روابط تنش-کرنش متعددی در مورد ستون‌های بتن با مقاومت بالا ارائه شده است. از آنجائیکه هر مدل بر پایه تعداد محدودی از داده‌های آزمایشگاهی هر پژوهشگر پیشنهاد شده، اغلب هر مدل نسبت به داده‌های آزمایشگاهی که براساس آن ارائه شده تخمین مناسبی داشته و در مورد سایر داده‌ها پیش‌بینی واقع‌بینانه ارائه نمی‌نماید. در این تحقیق همه مدل‌ها و داده‌های آزمایشگاهی قابل دسترس که توسط پژوهشگران در زمینه بررسی مقاومت و شکل‌پذیری ستون‌های بتن با مقاومت بالا ارائه و انجام شده است جمع‌آوری شده و براساس نتایج این پژوهش‌ها و با بکار بستن علم تحقیق در عملیات مدلی مناسب پیشنهاد شد. همچنین با استفاده از تحلیل یقین‌اندیشانه نشان داده شد که مدل پیشنهادی در مقایسه با سایر مدل‌ها برابری بسیار خوبی با نتایج آزمایشگاهی دارد.

### کلمات کلیدی

بتن پرمقاومت، شکل‌پذیری، بتن محصورشده، ستون بتنی، تحلیل یقین‌اندیشانه.

\* نویسنده مسئول وعهده دار مکاتبات Email: esfahani@ferdowsi.um.ac.ir

## ۱- مقدمه

پیشنهاد شد.

## ۲- برنامه‌ریزی خطی و روش سیمپلکس

برنامه‌ریزی خطی، یک نوع از مدل‌های برنامه‌ریزی ریاضی و از قوی‌ترین فنونی است که مدیران در حل مسائل استفاده می‌نمایند. در این روش توابع معرف هدف و قیود، همگی خطی هستند. خطی بودن بعضی مدل‌ها می‌تواند بر مبنای خواص فیزیکی و ذاتی مسأله توجیه شود. مدل‌های دیگر را که به ظاهر خطی نیستند، می‌توان با استفاده از تبدیل‌های ریاضی مناسب به صورت خطی ارائه داد. شکل عمومی برنامه‌ریزی خطی در حالت ماتریسی عبارت است از:

$$\begin{aligned} & (Min\ or)\ Max\ Z = cx \\ & \text{st:} \\ & Ax(\leq\ \geq\ =)b \\ & x \geq 0\ or\ x \leq 0 \end{aligned} \quad (1)$$

$Ax(\leq\ \geq\ =) b$   
متغیرهای آزاد در علامت و یا  $x \geq 0$  یا  $x \leq 0$

که در آن  $x^t = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  متغیرهای تصمیم،  $Z$  مقدار تابع هدف،  $c = (c_1, c_2, \dots, c_n)$  ضرایب متغیرهای تصمیم در تابع هدف، ماتریس  $A(m \times n)$  ضرایب متغیرهای تصمیم در محدودیت‌ها، بردار  $b^t = (b_1, b_2, \dots, b_n)$  مقادیر ثابت سمت راست،  $n$  تعداد متغیرهای تصمیم و  $m$  تعداد محدودیت‌ها است [۲۹].

روش سیمپلکس در سال ۱۹۷۴ میلادی برای حل مسائل برنامه‌ریزی خطی ابداع شد. این روش به طور هندسی نشان می‌دهد که برای تعیین جواب بهینه، لازم است فقط نقاط گوشه‌ای منطقه موجه بررسی شوند. این روش، عملکرد روش ماتریسی را به صورت ساده نشان می‌دهد. حل مسائل به روش سیمپلکس به شیوه دستورالعملی است، به طوری که بیشتر عملیات خود را از مبدأ مختصات آغاز نموده و مقدار جواب بهینه را با مقدار جواب نقاط گوشه‌ای مجاور خود مقایسه می‌نماید. چنانچه مقدار جواب جدید مسأله بهتر از مقدار جواب قبلی باشد، مقدار جدید را مینا قرار داده و جواب گوشه‌ای مجاور دیگر این نقطه را در منطقه‌ی موجه مورد مقایسه قرار می‌دهد. تکرار این عملیات ادامه می‌یابد تا مقدار جواب نقطه‌ی مجاور نقطه‌ی مینا بهتر از آن نشود. در این صورت نقطه‌ی مینای فعلی به عنوان جواب بهینه و مقدار آن به عنوان مقدار جواب بهینه منظور خواهد شد. روش سیمپلکس یک رویه‌ی ماتریسی است که هر تکرار آن مستلزم حل یک دستگاه معادله برای به دست آوردن یک جواب جدید است. ممکن است برخی از معادلات قیود به حالت‌های تساوی نباشند، در این صورت از متغیرهای کمکی برابرساز (متغیرهای کمکی کمبود<sup>۵</sup> یا مازاد<sup>۶</sup>) استفاده می‌شود و

در طی سال‌های گذشته تعداد قابل‌توجهی پژوهش بر روی خصوصیت‌های مکانیکی بتن‌های پرمقاومت انجام شده است. نتیجه این تلاش‌ها پیش‌بینی نمود که این ماده در آینده نزدیک به طور گسترده در سازه‌هایی مانند ساختمان‌های بلند مرتبه، پل‌های با دهانه بلند، تونل‌ها و بندرگاه‌ها مورد استفاده قرار خواهد گرفت. با افزایش کاربرد بتن پرمقاومت در زمینه مهندسی عمران آگاهی زیادتر در ارتباط با رفتار این مواد به‌خصوص در مناطق زلزله‌خیز، مانند مقاومت و شکل‌پذیری، از نکته‌های ابتدایی و مهم محسوب می‌شود. دو عامل گفته شده با افزایش تنش سه محوری (بتن محصورشده) افزایش می‌یابد. از این رو به دلیل طبیعت شکنندگی بتن پرمقاومت تحت نیروی محوری، وجود فولادهای عرضی اهمیت بیشتری نسبت به بتن با مقاومت معمولی دارد. مسئله محصورشدگی بتن از مدت‌ها پیش مطرح و به صورت آزمایشگاهی و تحلیلی مورد بررسی قرار گرفته است. به‌طوری‌که چندین مدل محصورشدگی برای تشخیص و پیش‌بینی رفتار تنش-کرنش بتن‌های با مقاومت معمولی و بالا ارائه شده است. اغلب مدل‌ها نسبت به داده‌های آزمایشگاهی که براساس آن ارائه شده تخمین مناسبی داشته و در مورد سایر داده‌ها پیش‌بینی واقع‌بینانه ارائه نمی‌نماید. بنابراین ارائه مدلی که بتواند نسبت به تمام نتایج آزمایش‌ها که توسط پژوهشگران مختلف انجام شده است، تخمین‌های مطلوب و با عدم قطعیت پایین ارائه دهد، نیاز است. همه مدل‌های پیشنهادی که بر پایه کارهای آزمایشگاهی گذشته است براساس بررسی و تحلیل آماری نتایج ارائه شده‌اند. کاسون و پالتر<sup>۱</sup> [۵] میانگین خطای مدل‌های مربوط به حداکثر مقاومت فشاری، شکل‌پذیری و سختی ۳۰ نمونه ستون مربعی شکل از بتن پرمقاومت که توسط تنگ‌های راست گوشه محصورشده بودند را با ۹ مدل تحلیلی بررسی نمودند. همچنین سان و ساکینو<sup>۲</sup> [۲۶] پژوهش‌های آماری در مورد حداکثر مقاومت فشاری و کرنش متناظر با تنش حداکثر را همراه با دو مدل تحلیلی دیگر بر روی ۵۴ نمونه ستونی انجام دادند. پژوهشگرانی دیگر مانند کاپوز و همکاران<sup>۳</sup> [۱۲] نیز با سنجش ۱۰ مدل تحلیلی برای تخمین نتایج ۱۰۸ نمونه ستونی چهارگوش که تحت فشار محوری قرار گرفته بودند مدل تجربی خود را ارائه نمودند. تاویو و همکاران<sup>۴</sup> [۲۸] نیز با بررسی آماری و از روش درون‌یابی اسپلاین برای تخمین نتایج ۱۲۸ نمونه ستون بتن پرمقاومت به بررسی مدل‌های محصورشدگی پرداختند. در این تحقیق همه مدل‌ها و داده‌های آزمایشگاهی قابل دسترس که توسط پژوهشگران مطرح در زمینه بررسی رفتاری ستون‌های با بتن پرمقاومت ارائه و انجام شده است، جمع‌آوری و براساس نتایج این پژوهش‌ها مدلی مناسب

مختلف داشته و از کاهش ۱۵٪ تا ۵۰٪ مقاومت بعد از تنش اوج متغیر است.

این چهار متغیر براساس داده‌های آزمایشی که بر روی ستون‌های ساخته شده از بتن پرمقاومت انجام شده مورد تحلیل قرار گرفته است. داده‌های موجود شامل ۱۶۸ ستون دایروی محصورشده با دورپیچ و ۱۵۸ ستون مربعی محصورشده با تنگ راست گوشه بوده که تحت آزمایش فشار محوری (بار محوری) یکنواخت قرار گرفته‌اند. مقاومت فشاری بتن محصورنشده در این نمونه‌ها از ۲۷ MPa تا ۱۳۴ MPa متغیر بوده و توسط فولادهای عرضی که مقاومت جاری شدن آن‌ها از ۲۵۵ MPa تا ۱۳۸۷ MPa تغییر می‌نمود، محصور شده‌اند. بنابراین داده‌ها دارای جامعیت کاملی از حیث مقاومت فولاد عرضی از نوع پرمقاومت و معمولی است. همچنین درصد فولاد جانبی از مقدار ۰/۳٪ تا ۷/۳٪ متغیر بوده که نشان از وجود حداقل و حداکثر مقدار فولاد محصورکننده در نمونه‌ها دارد. ابعاد نمونه‌ها نیز از مقدار ۱۲۵ تا ۵۰۰ mm تغییر نموده است. در مرجع [۲] جزئیات مربوط به نمونه‌ها مورد ارزیابی آمده است.

با توجه به گستردگی مدل‌های مورد استفاده در این تحلیل، این مدل‌ها به صورت جداگانه (براساس شکل مقطع عرضی) در جدول (۱) ارائه شده است. همچنین توزیع و پیکربندی فولادهای عرضی این نمونه‌ها در شکل (۱) نمایش داده شده است.

این داده‌ها دارای پراکندگی مناسب در زمینه مقاومت فشاری نمونه‌ها، درصد حجمی فولادهای جانبی، اندازه و مقیاس نمونه‌ها، مقاومت جاری شدن فولادهای عرضی و آرایش فولادهای عرضی است.

مسئله به صورت استاندارد درمی‌آید و سپس طبق دستورالعمل حل می‌شود. بنابراین شکل استاندارد حل مسائل به روش سیمپلکس به این صورت است که در تابع هدف می‌تواند به صورت پیشینه‌سازی یا کمینه‌سازی باشد و علامت تمامی محدودیت‌ها به صورت مساوی و همگی متغیرهای تصمیم گیرمنفی هستند [۱].

$$\begin{aligned} & (Min \text{ or}) \text{ Max } Z = cx \\ & \text{st: } Ax = b, \quad x \geq 0 \\ & Ax = b, \quad x \geq 0 \end{aligned} \quad (2)$$

### ۳- بازنگری مدل‌های محصورشدگی موجود

در این تحقیق مدل‌های تحلیلی ارائه شده توسط پژوهشگران مختلف مورد بررسی قرار گرفته است. به علت عدم قطعیت بسیار زیادی که در مورد مدل‌های محصورشدگی از جمله مقاومت و شکل‌پذیری بتن محصورشده با دورپیچ و تنگ‌های راست گوشه وجود دارد، در این تحقیق سنجش عدم قطعیت در مورد این متغیرها انجام می‌شود. بدین منظور از ۴ متغیر اصلی برای تحلیل و بررسی استفاده می‌شود که عبارتند از:

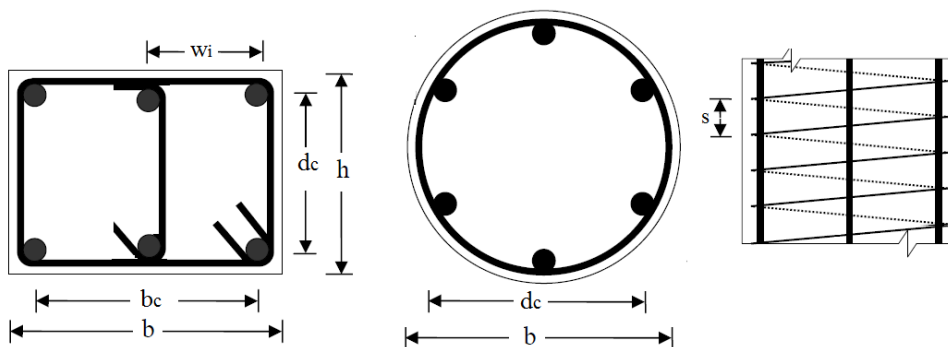
$f_{cc}$ : مقاومت فشاری بتن محصورشده

$\epsilon_{cc}$ : کرنش متناظر با تنش حداکثر در بتن محصورشده

$\epsilon_{cc85}$ : کرنش متناظر با ۸۵٪ تنش حداکثر روی شاخه نزولی منحنی تنش-کرنش

$\epsilon_{cc50}$ : کرنش متناظر با ۵۰٪ تنش حداکثر روی شاخه نزولی منحنی تنش-کرنش

دو عامل اولیه، متغیرهای عمومی بوده و نقش بسیار مهمی در توصیف رفتار تنش-کرنش ستون‌های بتن پرمقاومت دارد. همچنین کرنش نهایی، یکی از متغیرهای مؤثر در مبحث شکل‌پذیری بوده و تأثیر قابل توجه‌ای بر روی عملکرد خمشی ستون دارد. این متغیر تعریف‌های متفاوتی از دیدگاه پژوهشگران



شکل (۱): متغیرهای موجود در مدل‌های ارائه شده

جدول (۱): خلاصه‌ای از مدل‌های مقاومت و شکل‌پذیری ستون‌های ساخته شده با بتن پرمقاومت

	Model	معادله
مقاطع دایره‌ای	RBB [۷۱]	$f'_{cc} = f'_{co} + 4.1f_l$ $f_l = (2A_{sp}f_{ys}/sd_c)f'_{cc} = f'_{co} + 4.1f_l$ $f_l = 2A_{sp}f_{ys}/sd_c$
	IDR [۱۱]	$f'_{cc} = f'_{co} + 4.6f_l(1 - s/d_c)$ $f_l = 2A_{sp}f_{ys}/sd_c$
	MNS [۱۶]	$f'_{cc} = 0.85f'_c + 4.0f_l(1 - s/d_c)$ $\epsilon_{cc} = 0.0025 + \frac{1.72f_l(1-s/d_c)}{(f'_c)^2}$ $f'_{cc} = 0.85f'_c + 4.0f_l(1 - s/d_c)$ $\epsilon_{cc} = 0.0025 + (1.72f_l(1 - s/d_c))/(f'_c)^2$ $\epsilon_{cc85} = \epsilon_{co85} + (22.1 \times 10^3 f_l(1 - s/d_c))/(f'_c)^3$ $\epsilon_{co85} = 0.0025[(17.1/f'_c)^2 + 1]$ $f_l = (2A_{sp}f_{ys}/sd_c)$ $\epsilon_{cc85} = \epsilon_{co85} + \frac{22.1 \times 10^3 f_l(1-s/d_c)}{(f'_c)^3}$ $\epsilon_{co85} = 0.0025 \left[ \left( \frac{17.1}{f'_c} \right)^2 + 1 \right]$ $f_l = 2A_{sp}f_{ys}/sd_c$
	FS [۷]	$f'_{cc} = \lambda_2 \left[ f'_c + \left( 1.15 + \frac{21}{f'_c} \right) f_l \right]$ $f_l = 2A_{sp}f_{ys}/sd_c$ $f'_{cc} = \lambda_2 \left[ f'_c + \left( 1.15 + (21/f'_c) \right) f_l \right]$ $\lambda_2 = 1 + 15 \left( \frac{f_l}{f'_c} \right)^3$ $\epsilon_{cc} = 1.49 \times 10^{-5} f'_c + 0.0296 \lambda_2 (f_l/f'_c) + 0.00195$ $f_l = (2A_{sp}f_{ys}/sd_c)$
	MPP [۱۵]	$f'_{cc} = f'_{co} \left[ -1.254 + 2.254 \sqrt{1 + 7.94(f_l/f'_{co})} - 2(f_l/f'_{co}) \right]$ $k_e = (1 - s/2d_s)/(1 - \rho_g)$ $f_l = 0.5k_e \rho_s f_{ys}$ $f_l = 0.5k_e \rho_s f_{ys}$ $k_e = \left( 1 - \frac{s}{2d_s} \right) / (1 - \rho_g)$
	BTJ [۴]	$k_g = 1 - (s/d_c)$ $f_l = 2A_{sp}f_{ys}/sd_c$ $f'_{cc} = f'_c + 4k_g f_l$ $45MPa < f'_c \leq 80MPa$ $f'_{cc} = f'_c + 3k_g f_l$ $80MPa < f'_c \leq 90MPa$ $\epsilon_{cc85} = \epsilon_{co85} + \frac{0.05k_g (f_l/f'_c)}{(1 - F)}$ $\epsilon_{cc} = 0.0025 + 0.05k_g (f_l/f'_c)$ $f_l = (2A_{sp}f_{ys}/sd_c)$ $\epsilon_{co85} = 0.0025[(17.07/f'_c)^2 + 1]$ $F = \frac{1}{1 + (1/f_l k_g)^{0.25}}$ $k_g = 1 - (s/d_c)$
	SR-99 [۲۰]	$f'_{cc} = f'_{co} + k_1 f_l$ $k_1 = 6.7(f_l)^{-0.17}$ $f_l = (2A_{sp}f_{sp}/sd_c)$ $k_2 = 1$ $k_3 = (40/f'_{co}) \leq 1.0$ $f_{sp} = E_s \left( 0.0025 + 0.043 \sqrt{\frac{\rho_s}{f'_{co}}} \right) \leq f_{ys}$ $\epsilon_{cc} = \epsilon_{co}(1 + 5k_3 K)$ $\epsilon_{co} = 0.0028 - 0.0008k_3$ $k_4 = (f_{ys}/500) \geq 1.0$ $\epsilon_{cc85} = 260k_3 \rho_s \epsilon_{cc} [1 + 0.5(k_4 - 1)] + \epsilon_{co85}$ $\epsilon_{co85} = \epsilon_{co} + 0.0018k_3^2$ $k_3 = \frac{40}{f'_{co}} \leq 1.0$ $\epsilon_{co} = 0.0028 - 0.0008k_3$ $\epsilon_{co85} = \epsilon_{co} + 0.0018k_3^2$
	SR-92 [۲۲]	$f'_{cc} = f'_{co} + k_1 f_l$ $k_1 = 6.7(f_l)^{-0.17}$ $f_l = 2A_{sp}f_{ys}/sd_c$ $f'_{cc} = f'_{co} + k_1 f_l$ $k_1 = 6.7(f_l)^{-0.17}$ $f_l = (2A_{sp}f_{ys}/sd_c)$ $\epsilon_{cc} = \epsilon_{co}(1 + 5K)$ $\epsilon_{co} = 0.002$ $\epsilon_{cc85} = 260\rho_s \epsilon_{cc} + \epsilon_{co85}$ $\epsilon_{co85} = 0.0038$ $K = (k_1 f_l / f'_{co})$
	ANW [۳]	$f'_{cc} = f'_{co} + 3.36f_l$ $f_l = (2A_{sp}f_{ys}/sd_c)$ $\epsilon_{cc} = \epsilon_{co}(1 + 21.5 \left( \frac{f_l}{f'_{co}} \right))$ $(\epsilon_{cc80}/\epsilon_{co}) = 2.74 + 32.84 \left( \frac{f_l}{f'_{co}} \right)$ $(\epsilon_{cc80}/\epsilon_{co}) = 2.74 + 32.84(f_l/f'_{co})$ $f_l = 2A_{sp}f_{ys}/sd_c$
	K.SR [۲۷]	$f'_{cc} = f'_c + 4.1f_l$ $f'_c \leq 69MPa$ $f'_{cc} = f'_c + 3.54f_l$ $f'_c > 69MPa$ $\epsilon_{cc85} = \epsilon_{cc} + 0.12(f_l/f'_{co})^{2.3}$ $\epsilon_{cc} = \epsilon_{co} + 0.05(f_l/f'_{co})^{1.8}$ $f_l = (2A_{sp}f_{ys}/sd_c)$
مقاطع چهارگوش	MPP [۱۰]	$f'_{cc} = f'_{co} \left( -1.254 + 2.254 \sqrt{1 + \frac{7.94f_l}{f'_{co}}} - 2 \frac{f_l}{f'_{co}} \right)$ $f_l = 0.5k_e \rho_s f_{ys}$ $f'_{cc} = f'_{co} \left[ -1.254 + 2.254 \sqrt{1 + 7.94(f_l/f'_{co})} - 2(f_l/f'_{co}) \right]$ $k_e = \left( 1 - \sum_{i=1}^n \frac{(w_i)^2}{6A_c} \right) \left( 1 - \frac{s}{2b_c} \right) \left( 1 - \frac{s}{2d_c} \right) / (1 - \rho_g)$ $f_l = 0.5k_e \rho_s f_{ys}$

NSKI [۱۸]	$f'_{cc} = 0.85f'_c + 9.83\sqrt{\alpha\rho_s f_{ys}} \quad \varepsilon_{cc50} = \varepsilon_{cc} + 0.193(\alpha\rho_s f_{ys}/0.85f'_c)$ $k_e = \left(1 - \sum_{i=1}^n \frac{(w_i)^2}{6A_c}\right) \left(1 - \frac{s}{2b_c}\right) \left(1 - \frac{s}{2d_c}\right) / (1 - \rho_g)$ $f'_{cc} = 0.85f'_c + 9.83\sqrt{\alpha\rho_s f_{ys}} \quad k_e = \left(1 - \sum_{i=1}^n \frac{(w_i)^2}{6A_c}\right) \left(1 - \frac{s}{2b_c}\right) \left(1 - \frac{s}{2d_c}\right)$
BTJ [۴]	$f'_{cc} = f'_c + 4k_g f_l \quad 45MPa < f'_c \leq 80MPa$ $f'_{cc} = f'_c + 4k_g f_l \quad 45MPa < f'_c \leq 80MPa$ $f'_{cc} = f'_c + 3k_g f_l \quad 80MPa < f'_c \leq 90MPa$ $\varepsilon_{cc85} = \varepsilon_{co85} + \frac{0.05k_g (f_l/f'_c)}{(1-F)} \quad \varepsilon_{cc} = 0.0025 + 0.05k_g (f_l/f'_c) \quad f_l = 0.5\rho_s f_{ys}$ $\varepsilon_{co85} = 0.0025[(17.07/f'_c)^2 + 1] \quad F = \frac{1}{1 + (1/f_l k_g)^{0.25}} \quad k_g = \text{Max} \left\{ 1 - (s/d_c), \left(1 - \sum_{i=1}^n \frac{(w_i)^2}{5.5A_c}\right) \right\}$

۱

▼ Figure

▼ Figure

SS [۲۶]	$f'_c = f'_c + 11.5f_l \quad f_l = \rho_s f_{ys} \frac{d_b}{w_i} \left(1 - \frac{s}{2d_c}\right)$
M NW [۱۷]	$f'_{cc} = (1 + 49C_c)f'_c \quad \varepsilon_{cc} = (1 + 49C_c)\varepsilon_{co} \quad C_c = 0.313\rho_s \frac{\sqrt{f_{ys}}}{f'_c} \left(1 - 0.5\frac{s}{b}\right)$
K K [۱۲]	$f'_{cc} = 0.85f'_c + 10.3(k_g \rho_s f_{ys})^{0.4} \quad k_e = \left(1 - \sum_{i=1}^n (w_i)^2 / 6d_c b_c\right) (1 - s/2b_c) (1 - s/2d_c) \quad w_w = \rho_s f_{ys} / f'_c$ $\varepsilon_{cc} = \varepsilon_{co} + [1 + 32.8(k_e w_w)^{1.9}] \quad \varepsilon_{cc50} = \varepsilon_{co} + 0.0911(k_e w_w)^{0.8}$
I M [۱۰]	$f'_{cc} = f'_c + 4\alpha f_l \quad 45MPa < f'_c \leq 80MPa$ $f'_{cc} = f'_c + 3\alpha f_l \quad 80MPa < f'_c \leq 90MPa$ $f'_{cc} = f'_c + 2\alpha f_l \quad 90MPa < f'_c$ $f'_{cc} = f'_c + 4\alpha f_l \quad 45MPa < f'_c \leq 80MPa$ $\alpha = \left(1 - \sum_{i=1}^n (w_i)^2 / 5.5A_c\right) (1 - s/2b_c) (1 - s/2d_c)$ $f_l = 0.5\rho_s f_{ys}$ $f_l = 0.5\rho_s f_{ys}$
D F [۶]	$f'_{cc} = [f'_c + (1.15 + (21.02/f'_c))f_l] \quad f_l = (0.5\rho_s f_{ys})(1 - s/d_c)$
F ATS [۱]	$(f'_{cc}/f'_{co}) = 1 + 1.077(\rho_s f_{ys}/f'_{co})^{0.7} \quad f'_{co} = 0.85f'_c \quad \varepsilon_{cc} = \varepsilon_{co} + 0.042(\rho_s f_{ys}/f'_{co})^{1.7}$ $\varepsilon_{cc50} = 0.004 + 0.053(\rho_s f_{ys}/f'_{co})^{1.1} \quad \varepsilon_{co} = (f'_{co}/E_c)(n/n-1) \quad n = 0.8 + (f'_{co}/17)$
L P [۱۳]	$\varepsilon_{cc50} = \varepsilon_{c50}(1 + 60I_{e50}) \quad I_{e50} = \rho_{sey} \frac{f_{ys}}{f'_c} \rho_{sey} = \frac{1}{2} k_e \rho_s \quad k_e = \left(1 - \sum_{i=1}^n \frac{(w_i)^2}{6A_c}\right) \left(1 - \frac{s^*}{2b_c}\right) \left(1 - \frac{s^*}{2d_c}\right) / (1 - \rho_g)$ $\varepsilon_{cc50} = \varepsilon_{co50}(1 + 60I_{e50}) \quad I_{e50} = \rho_{sey} (f_{ys}/f'_c) \quad \rho_{sey} = 0.5k_e \rho_s$ $\alpha = \left(1 - \sum_{i=1}^n (w_i)^2 / 6A_c\right) (1 - s^*/2b_c) (1 - s^*/2d_c) / (1 - \rho_g) \quad \varepsilon_{co50} = 0.004$

مقالات چهارگوشه

T BB ] [۲۸	$y_1 = 2.52 + 2.63x_1 - 0.06x_1^2 + 0.05(x_1 - 13.5)^2 \begin{cases} (x_1 - 13.5)^2 = (x_1 - 13.5)^2 & x_1 \geq 13.5 \\ (x_1 - 13.5)^2 = 0 & x_1 < 13.5 \end{cases}$ $y_2 = 0.94 - 12.1x_2 + 16.4x_2^2 - 142.28(x_2 - 0.07)^2 \begin{cases} (x_2 - 0.07)^2 = (x_2 - 0.07)^2 & x_2 \geq 0.07 \\ (x_2 - 0.07)^2 = 0 & x_2 < 0.07 \end{cases}$ $y_3 = -0.005 + 0.26x_3 - 0.66x_3^2 + 0.71(x_3 - 0.16)^2 \begin{cases} (x_3 - 0.16)^2 = (x_3 - 0.16)^2 & x_3 \geq 0.16 \\ (x_3 - 0.16)^2 = 0 & x_3 < 0.16 \end{cases}$ $y_1 = f_{cc} - f_{co}, x_1 = k_e \rho_s f_{ys} \quad \alpha = \left(1 - \sum_{i=1}^n (w_i)^2 / 6d_c b_c\right) (1 - s/2b_c) (1 - s/2d_c)$ $y_2 = (\varepsilon_{cc} / \varepsilon_{co}) - 1 \quad y_3 = \varepsilon_{cc50} - \varepsilon_{co} \quad x_2 = x_3 = \left(k_e \rho_s f_{ys} / f'_c\right)$
S R-99 ] [۲۰	$f'_{cc} = f'_{co} + k_1 f_{le} \quad k_1 = 6.7(f_{le})^{-0.17} \quad f_l = \left(\sum_{i=1}^q (A_s f_s \sin \alpha) / s d_c\right) \quad k_2 = 0.15 \sqrt{(b_c/s)(d_c/s_l)}$ $f_{sp} = E_s \left(0.0025 + 0.043 \sqrt{\frac{k_2 \rho_s}{f'_{co}}}\right) \leq f_{ys} \quad \varepsilon_{cc} = \varepsilon_{co} (1 + 5k_3 K) \quad \varepsilon_{co} = 0.0028 - 0.0008k_3 \quad k_3 = (40/f'_{co}) \leq 1.0$ $k_4 = (f_{ys}/500) \geq 1.0 \quad \varepsilon_{cc85} = 260k_3 \rho_s \varepsilon_{cc} [1 + 0.5k_2(k_4 - 1)] + \varepsilon_{co85} \quad \varepsilon_{co85} = \varepsilon_{co} + 0.0018k_3^2 \quad K = (k_1 f_l / f'_{co})$ $f'_{cc} = f'_{co} + k_1 f_{le} \quad k_1 = 6.7(f_{le})^{-0.17} \quad f_l = \frac{\sum_{i=1}^q (A_s f_s \sin \alpha)}{s b_c} \quad k_2 = 0.15 \sqrt{\left(\frac{b_c}{s}\right) \left(\frac{b_c}{s_l}\right)} \leq 1.0$

۴

#### ۴- سنجش نتایج مدل‌های ارائه شده با داده‌های آزمایشگاهی

##### ۴-۱- مقاومت بتن محصورشده

مورد عامل مقاومت بتن محصورشده این نتیجه بدست می‌آید که عدم قطعیت<sup>۷</sup> در اکثر مدل‌ها بطور نسبی پایین است. به طوری که ضریب تغییرات<sup>۸</sup> در مدل‌های مربوط به مقاومت بتن محصور شده در مقاطع مربعی از ۷/۷۱ تا ۱۳/۱۶ درصد متغیر بوده که کمترین این مقدار در مدل ساعتچی‌اغلو و همکاران<sup>۹</sup> [۲۰] و بیشترین آن در مدل مندر و همکاران<sup>۱۰</sup> [۱۵] دیده شد (جدول (۲)). همچنین عدم قطعیت در مورد مدل‌های مربوط به حداکثر مقاومت بتن محصورشده در مقاطع دایروی از ۱۱/۳۷ تا ۳۵/۱۶ درصد متغیر بود که کمترین آن در مدل ساعتچی‌اغلو و همکاران [۲۰] و بیشترین آن در مدل فافیتیز و همکاران<sup>۱۱</sup> [۷] دیده شد (جدول (۲)). در شکل (۲) در مورد مدل‌های مربوط به مقاطع دایره‌ای و شکل (۳) در مورد مدل‌های مربوط به مقاطع مربعی، نتایج حاصل از تخمین روابط در مقابل نتایج آزمایشگاهی رسم شده است. در این شکل‌ها خط نیمساز  $F_{exp} = F_{analy}$  به عنوان خط پایه در نظر گرفته می‌شود. با توجه به نتایج تحلیل یقین‌اندیشانه<sup>۱۲</sup> در مورد مدل‌های مقاطع مربعی، کمترین خطای میانگین در مدل ساعتچی‌اغلو و همکاران [۲۰] با مقدار ۶/۲ درصد و نسبت میانگینی  $(K_{am} = K_{am} = analy/exp)$  و نامناسب‌ترین تخمین در مدل پژوهشگران  $analy/exp$  و همکاران<sup>۱۳</sup> [۴] با میانگین خطای ۲۲/۴۴ درصد و نسبت میانگین ۱/۲۲ بدست آمد.

نتایج مختلف از تخمین مدل‌ها و در نتیجه پراکندگی و توزیع متفاوتی از داده‌ها در دو سوی خط پایه بدست آمده است. در دسته‌ای از مدل‌ها مانند مدل دینیز و همکاران<sup>۱۴</sup> [۶] (شکل (۳)) توزیع داده‌ها در دو سوی خط پایه به صورت مطلوب بوده اگرچه نتایج آزمایش هونگ و همکاران<sup>۱۵</sup> [۹] که در شکل‌ها با

در این بخش سنجش عدم قطعیت ۱۱ مدل مربوط به مقاومت بتن محصورشده با تنگ‌های راست گوشه و ۱۰ مدل مربوط به مقاومت بتن محصورشده با دورپیچ بررسی شده است که معادله‌های اصلی هر مدل در جدول (۱) آورده شده است. یکی از دلایل افزایش تعداد مدل‌های موجود در این بخش نقش مهمی است که این متغیر در توصیف رفتار تنش-کرنش ستون‌های با بتن پرمقاومت دارد و در تمامی مدل‌ها بطور مشخص تعریف شده است. برای بازنگری مدل‌های مربوط به مقاومت بتن محصورشده با تنگ‌های راست گوشه، از تخمین نتایج ۱۵۸ داده آزمایشگاهی استفاده شد که این داده‌ها شامل ۱۳۴ نمونه بتن محصورشده با بتن پرمقاومت و ۲۴ نمونه با بتن مقاومت معمولی بودند و در این میان ۷۳ نمونه با فولاد با مقاومت جاری شدن بالا و باقی آن‌ها با فولاد مقاومت معمولی (پایین‌تر از ۵۰۰ MPa) محصور شده بودند. همچنین برای بررسی مدل‌های مربوط به مقاومت بتن محصورشده با دورپیچ دایروی در تخمین نتایج، از ۱۶۸ داده آزمایشگاهی استفاده شد. در بین این ۱۶۸ داده آزمایشگاهی، ۱۱۵ نمونه از بتن پرمقاومت و ۵۳ نمونه از بتن مقاومت معمولی ساخته شده و ۹۶ نمونه با فولاد پرمقاومت و ۷۲ نمونه با فولاد مقاومت معمولی محصورشده بودند.

با مقایسه انجام شده بین نتایج تحلیلی و آزمایشگاهی در

آنجا که طول و موقعیت اندازه‌گیرهای کرنش در آزمایش‌های محققین مختلف متفاوت بوده، مقایسه اطلاعات مراجع مختلف با یکدیگر مشکل است.

با توجه به نتایج مندرج در جدول (۲) و شکل (۴) دیده می‌شود که در نمونه‌های مربعی شکل عدم قطعیت در مورد مدل‌های کرنش متناظر با تنش اوج از مقدار ۳۵/۱۵ تا ۴۶/۰۱ درصد متغیر است. در نمونه‌های مربع شکل، نتایج نشان می‌دهند که برخلاف آنکه مدل ماگوروما و همکاران<sup>۱۷</sup> [۱۷] دارای پراکندگی و خطای میانگین کم در مورد نمونه‌های آزمایشگاهی مورد نظر است اما نسبت میانگین این مدل نیز به نسبت پایین بوده و نتایج را تا حدودی با محافظه‌کارانه پایین بدست می‌آورد. با این‌که مدل این محقق در مورد نمونه‌های محصورشده با فولاد پرمقاومت نتایج مطلوب، بخصوص در نمونه‌های آزمایشگاهی هونگ و همکاران [۹] را نشان می‌دهد. با این وجود مدل ساعتچی‌اغلو و همکاران [۲۰] همان‌طور که در نتایج بدست آمده دیده می‌شود دارای پراکندگی بالاتر در حدود ۷٪ و افزایش خطای میانگین در حدود ۱٪ بوده و نسبت میانگین این مدل ۰/۹۶ است که در حدود ۱۰٪ این مقدار نسبت به مدل ماگوروما و همکاران [۱۷] مناسب‌تر است. هم‌چنین این مدل در مورد نمونه‌های محصورشده با فولاد پرمقاومت، نمایشی نامناسب‌تر از مدل قبلی دارد به طوری که اگر به نشانگرهای (+) که نشان‌دهنده نمونه‌های شیخ و اوزمری<sup>۱۸</sup> [۲۵] است، توجه شود تخمین نامناسب این مدل نسبت به مدل ماگوروما و همکاران [۱۷] نمایان‌تر است. سایر شکل‌های مربوط به مدل‌های مورد ارزیابی قرار گرفته در مرجع [۲] موجود است.

#### ۴-۳- کرنش متناظر با ۵۰٪ و ۸۵٪ تنش اوج بتن محصور شده

پعامل شکل‌پذیری بطور خاص در مورد ستون‌های با بتن پرمقاومت، با توجه به طبیعت شکننده‌ی بتن پرمقاومت که دلیل اصلی شکست ترد و انفجاری این نوع بتن پس از نقطه اوج بوده، اهمیت خاصی دارد. بنابراین ارائه رابطه‌ای، که بتواند شاخصی مناسب در مقایسه شکل‌پذیری ستون‌های مختلف با توجه به گستردگی عوامل موثر در این عامل باشد لازم است.

روش‌های مختلفی برای محاسبه شکل‌پذیری ستون‌ها وجود دارد که در همه این روش‌ها عامل‌های منحنی تنش-کرنش، نقش اساسی در محاسبه آن دارد. روش‌های موجود را می‌توان به دو گروه کلی تقسیم نمود. گروه اول شامل پژوهشگرانی است که شکل‌پذیری ستون‌ها را با نسبت دو نقطه خاص از منحنی تنش-کرنش مقایسه می‌نمایند. این محققین با توجه به رفتار ستون در شاخه نزولی منحنی تنش-کرنش (پس از نقطه اوج منحنی

نشانگرهای مربع شکل مشخص شده است در تخمین این مدل نتایجی مناسب را ارائه نداد. در دسته دیگر از مدل‌ها مانند مدل ساعتچی‌اغلو و همکاران [۲۰] براساس تحلیل، توزیع مناسب‌تر و دقیق‌تر بدست آمد (شکل (۳)). در این شکل نیز عدم قطعیت بالای مدل جرکلی و همکاران [۴] به واسطه توزیع نامناسب داده‌ها در اطراف خط پایه، به طور کامل مشخص است. به طوری که دیده می‌شود فاصله نشانگرهای مختلف که بیان‌گر آزمایش پژوهشگران متفاوت بوده، از خط پایه قابل توجه است. ابراهیم و همکاران<sup>۱۶</sup> [۱۰] با اصلاحاتی که در مدل جرکلی و همکاران [۴] ایجاد نمودند، توانستند مدلی با نتیجه واقع‌بینانه‌تر و با کاهش خطای میانگینی در حدود ۶/۵ درصد و عدم قطعیت مناسب‌تری در حدود ۱۰/۸۹ درصد ارائه نمایند. اگرچه مدل پژوهشگران جرکلی و همکاران [۴] در نمونه‌های مربعی شکل نتوانست نتایج مطلوبی را پیش‌بینی نماید، در مورد مدل‌های مربوط به مقاطع دایروی مدل مربوط به این پژوهشگران نتایج بسیار مطلوبی با خطای ۹/۶۷ درصد و نسبت میانگین ۱/۰۰ نمایش می‌دهد (شکل (۲)). سایر شکل‌های مربوط به مدل‌های مورد ارزیابی در مرجع [۲] موجود است.

#### ۴-۲- کرنش متناظر با تنش اوج بتن محصور شده ( $\epsilon_{cc}$ )

در این بخش سنجش عدم قطعیت ۶ مدل مربوط به کرنش متناظر با تنش حداکثر بتن محصورشده ( $\epsilon_{cc}$ ) با تنگ‌های راست گوشه و ۸ مدل مربوط به کرنش متناظر با تنش حداکثر بتن محصورشده با دورپیچ مورد بررسی قرار گرفت که معادله‌های اصلی هر مدل در جدول (۱) آورده شده است. برای بازنگری مدل‌های مربوط به کرنش متناظر با تنش حداکثر بتن محصورشده با تنگ‌های راست گوشه از تخمین نتایج ۱۰۷ داده آزمایشگاهی استفاده شد که این داده‌ها شامل ۸۳ نمونه با بتن پرمقاومت و ۲۴ نمونه با بتن مقاومت معمولی بودند و در این میان ۵۱ نمونه با فولاد با مقاومت جاری شدن بالا و باقی آن‌ها با فولاد مقاومت معمولی محصور شده بودند. هم‌چنین از مدل‌های مربوط به کرنش متناظر با تنش حداکثر بتن محصورشده با دورپیچ دایروی در تخمین نتایج ۱۴۶ داده آزمایشگاهی استفاده شد که در ۹۳ نمونه از بتن پرمقاومت و در ۵۳ نمونه از بتن مقاومت معمولی بهره برده شده بود درحالی‌که ۸۲ نمونه با فولاد پرمقاومت و ۶۴ نمونه با فولاد مقاومت معمولی محصورشده بودند. در مورد مدل‌های مربوط به کرنش متناظر با تنش حداکثر بتن عدم قطعیت بیشتری نسبت به مدل‌های مربوط به مقاومت بتن محصورشده دیده شد. یکی از علت‌های عدم قطعیت در این مدل‌ها آن است که اندازه کرنش فشاری به طور جدی به طول گیج و محل قرارگیری اندازه‌گیرهای کرنش بستگی داشته و از

مدل‌های مربوط به کرنش متناظر با ۵۰٪ تنش اوج بتن محصورشده با تنگ‌های راست گوشه از تخمین نتایج ۸۱ داده آزمایشگاهی استفاده شد که در ساخت همه این نمونه‌های آزمایشگاهی از بتن پرمقاومت استفاده شده بود. در این میان ۴۷ نمونه با فولاد با مقاومت جاری شدن بالا و باقی آن‌ها با فولاد مقاومت معمولی محصور شده بودند. همچنین برای بررسی مدل‌های مربوط به کرنش متناظر با ۸۵٪ تنش اوج بتن محصورشده با دورپیچ دایروی از ۹۴ داده آزمایشگاهی استفاده شد که در ۷۰ نمونه از بتن پرمقاومت و در ۲۴ نمونه از بتن مقاومت معمولی بهره برده شده بود درحالی‌که ۶۰ نمونه با فولاد پرمقاومت و ۱۴ نمونه با فولاد مقاومت معمولی محصورشده بودند. در مدل‌های مربوط به کرنش معادل ۵۰٪ تنش اوج در شاخه نزولی منحنی تنش-کرنش نمونه‌های مربعی شکل همان‌طور که در جدول (۲) و شکل (۶) دیده می‌شود مدل مربوط به فایمون و همکاران<sup>۲۲</sup> [۸] دارای حداقل خطای میانگین و مناسب‌ترین نسبت میانگین است. درحالی‌که این مدل دارای عدم قطعیتی بیشتر از مدل‌های کاپوز و همکاران [۱۲] و پالتر و همکاران [۱۳] است. اما با توجه به خطای میانگین بالای مدل‌های گفته‌شده، می‌توان مدل فایمون و همکاران [۸] را مناسب‌تر از سایر مدل‌ها در نظر گرفت. در مدل‌های مربوط به کرنش معادل ۸۵٪ تنش اوج در شاخه نزولی منحنی تنش-کرنش نمونه‌های دایروی نیز نامنظمی نامطلوبی دیده شد که می‌توان علت را در مشکلات گفته شده در قسمت‌های قبل دانست. نکته قابل توجه در این روابط مدل‌های مربوط به ساعتچی‌اغلو و همکاران [۲۰] در سال‌های ۱۹۹۲ و ۱۹۹۹ بود که این مدل‌ها نتوانست نتایجی مانند روابطی که در بخش‌های مربوط به مقاومت بتن محصورشده و کرنش معادل با تنش اوج داده بودند تکرار نمایند. فقط نتایج این مدل‌ها در مورد نمونه‌های مربوط به خود این پژوهشگران اعداد مناسبی ارائه داد. در این دسته از مدل‌ها رابطه سانگ‌جونگ و همکاران<sup>۲۳</sup> [۲۷] برخلاف نسبت میانگین پایین، دارای حداقل خطا و پراکندگی مناسب است (شکل (۷)).

تنش-کرنش) رابطه خود را ارائه نمودند. روابطی که بیان شد براساس نسبت کرنش محوری متناظر با افت درصدی از تنش اوج در شاخه نزولی منحنی تنش-کرنش به کرنش متناظر با نقطه اوج در منحنی تنش-کرنش است. در این میان ساعتچی‌اغلو و همکاران [۲۰] و مارتینز و همکاران<sup>۱۹</sup> [۱۶] در مدل خود افت ۱۵٪ پس از نقطه اوج، آسا و همکاران<sup>۲۰</sup> [۳] افت ۲۰٪ پس از نقطه اوج و پالتر و همکاران<sup>۲۱</sup> [۱۳] افت ۵۰٪ پس از نقطه اوج را در نظر گرفته و در روابط خود وارد نمودند. با بررسی مدل‌های گذشته که با توجه به آزمایش‌های مختلف ارائه شده است در ستون‌های دایروی نقطه متناظر با ۸۵٪ تنش اوج در شاخه نزولی و در ستون‌های مربعی نقطه متناظر با ۵۰٪ تنش اوج در شاخه نزولی بیشتر مورد توجه بوده است. گروه دوم شامل مدل پژوهشگرانی است که از محاسبه سطح زیر منحنی تنش-کرنش برای مقایسه شکل‌پذیری ستون‌های مختلف استفاده نمودند. در این پژوهش از شاخص شکل‌پذیری کرنشی استفاده می‌شود. به این ترتیب که در مورد ستون‌های دایروی از کرنش متناظر با ۸۵٪ تنش اوج و در ستون‌های مربعی از کرنش متناظر با ۵۰٪ تنش اوج استفاده شده و مدل‌های مربوط به این عامل‌ها مورد توجه قرار گرفت.

در این بخش تعداد نمونه‌های بررسی شده در هر مدل نسبت به مدل‌های پیشین کمتر بوده که علت آن وجود یکی از عوامل زیر است:

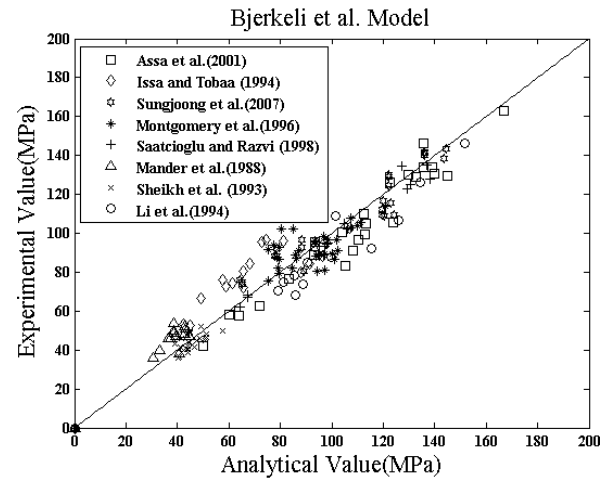
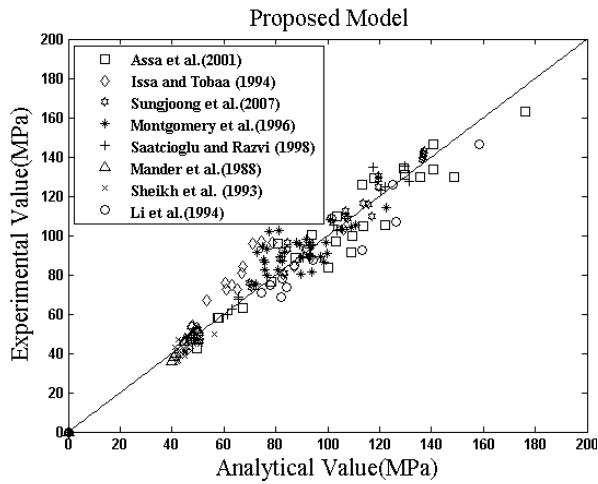
پژوهشگران مختلف در آزمایش‌های خود مقدار آزمایشگاهی عامل مورد نظر را گزارش ننمودند.

- شاخه نزولی منحنی تحلیلی تنش-کرنش موازی محور افقی بوده و مقدار تحلیلی مدل قابل تشخیص نیست.

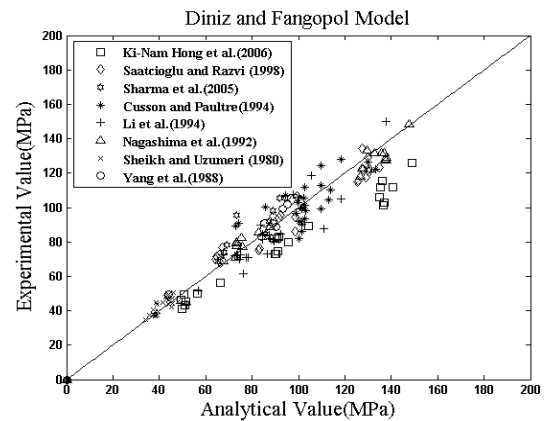
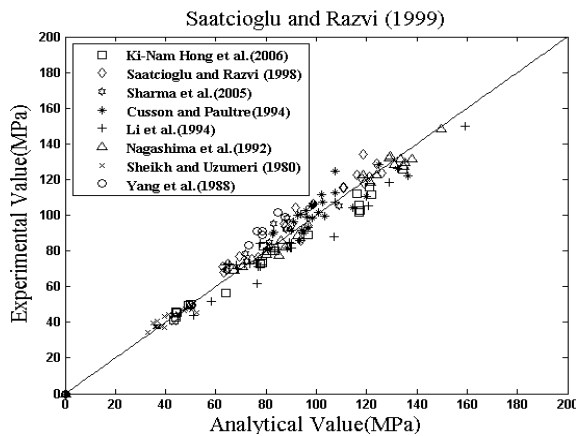
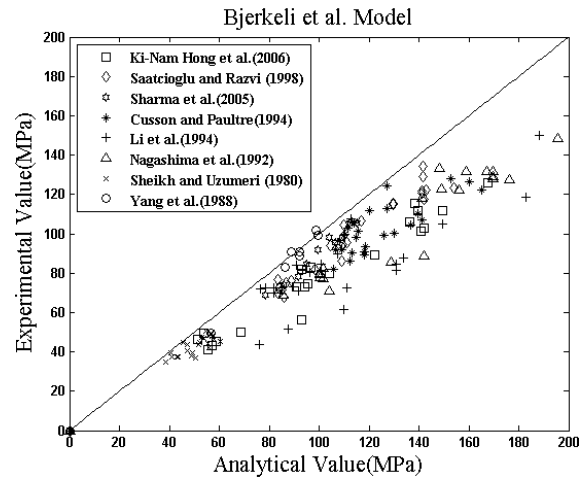
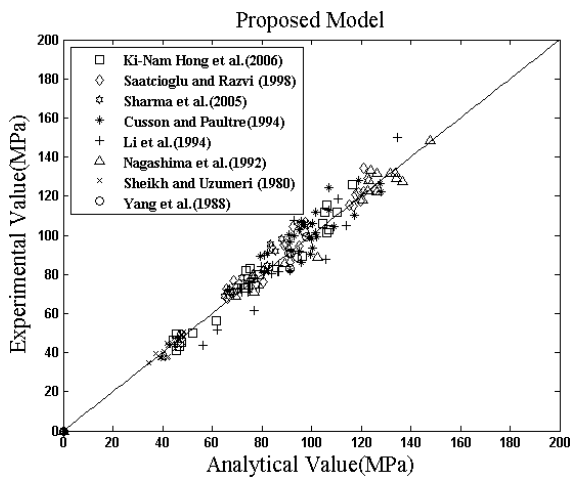
- مقاومت باقیمانده بتن<sup>۲۱</sup> (مقاومت پسماند) بزرگتر از مقاومت متناظر با عامل خواسته شده است.

- بنابراین در این بخش سنجش عدم قطعیت ۵ مدل مربوط به کرنش متناظر با ۵۰٪ تنش اوج بتن محصورشده با تنگ‌های راست گوشه و ۵ مدل مربوط به کرنش متناظر با ۸۵٪ تنش اوج بتن محصورشده با دورپیچ مورد بررسی قرار گرفت. برای بازنگری

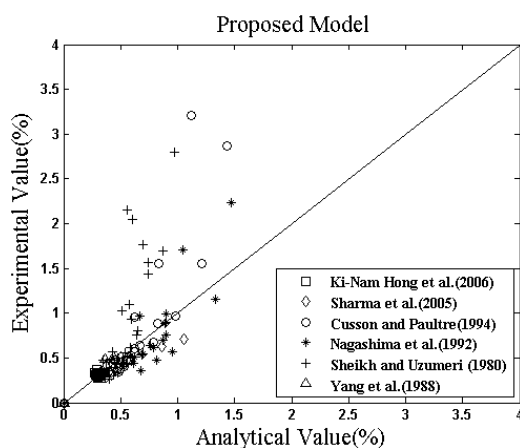
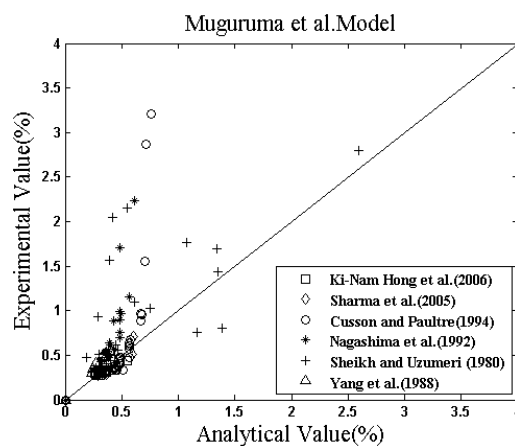
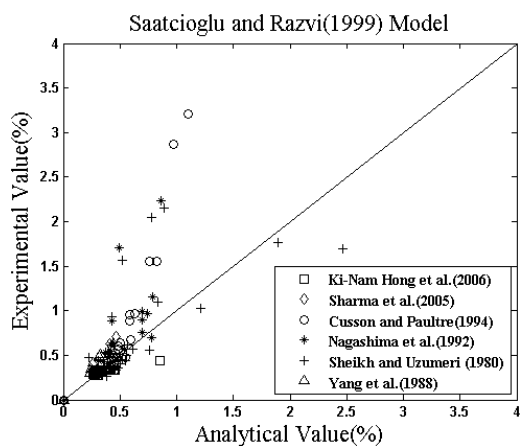




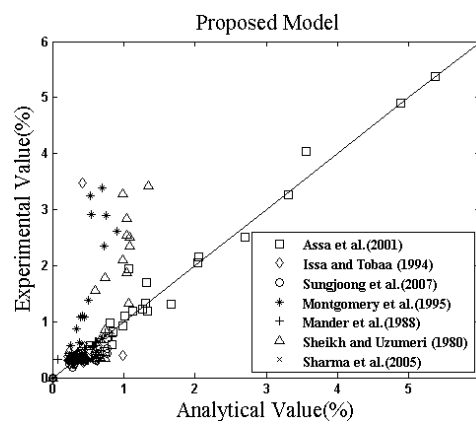
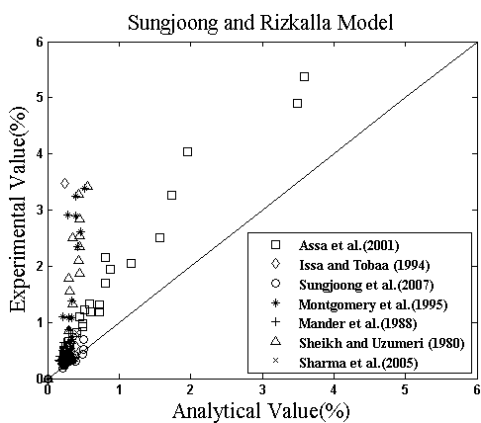
شکل (۲): نمودار پراکندگی مربوط به مقاومت بتن محصورشده مقاطع دایروی شکل



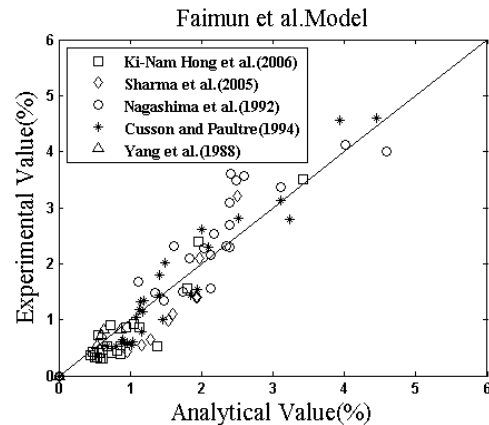
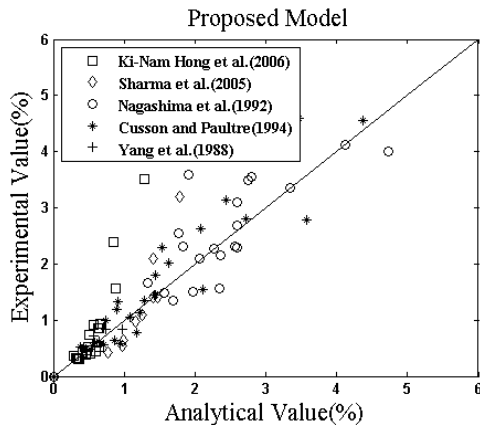
شکل (۳): نمودار پراکندگی مربوط به مقاومت بتن محصورشده مقاطع مربعی شکل



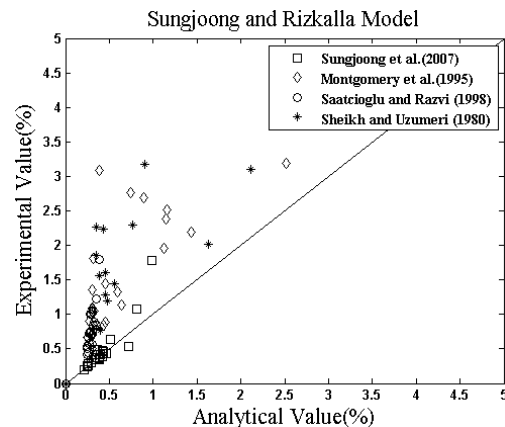
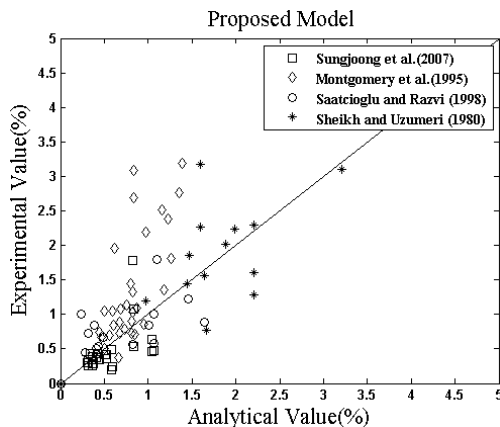
شکل (۴): نمودار پراکندگی مربوط به کرنش متناظر با تنش اوج مقاطع مربعی شکل



شکل (۵): نمودار پراکندگی مربوط به کرنش متناظر با تنش اوج مقاطع دایروی شکل



شکل (۶): نمودار پراکندگی مربوط به کرنش معادل ۵۰٪ تنش اوج بتن محصورشده مقاطع مربعی



شکل (۷): نمودار پراکندگی مربوط به کرنش معادل ۸۵٪ تنش اوج بتن محصورشده مقاطع دایروی شکل

تمامی مدل‌های پیشنهادی مورد نظر بوده است سادگی در محاسبه و فهم متغیرهای ورودی بوده است. در پایان رابطه پیشنهادی مورد فرایند آزمون، مدل قرار می‌گیرد. بدین معنا که جواب مدل و حساسیت آن به عوامل متفاوت آزمایش شده و اعتبار مدل با مقایسه نتایج پیش‌بینی شده با مدل‌های دیگر بررسی می‌شود.

#### ۵-۱- مقاومت بتن محصورشده

در بین مدل‌های مربوط به مقاومت بتن محصورشده با تنگ‌های راست‌گوشه، کم‌ترین پراکندگی در بین ۱۱ مدل بررسی شده مربوط به مدل ساعتچی‌اغلو و همکاران [۲۰] بوده و کم‌ترین خطای میانگین را نیز این مدل به خود اختصاص داده است. از جمله مشکلات این مدل، محاسبه مقدار فشار محصورکننده است. به طوری که به علت به کار بردن تنش واقعی فولاد جانبی متناظر با نقطه اوج یا نیاز به خواندن آزمایشگاهی این متغیر و یا استفاده از فرمول ارائه شده توسط این پژوهشگران است که در بیش‌تر موارد نتیجه بدست آمده از رابطه ارائه شده در محاسبه تنش واقعی با مقدار حقیقی آن متفاوت است. همچنین وارد نمودن زاویه مربوط به خم‌ها، نیاز اساسی به

#### ۵- مدل پیشنهادی برای مقاومت و شکل‌پذیری ستون‌های با بتن پرمقاومت

به‌طور کلی مدلی مناسب است که کم‌ترین پراکندگی یا عدم قطعیت را داشته و مدلی کاربردی باشد. همچنین مدلی نیاز است که رفتار واقعی نمونه را نشان داده و نزدیک به نتایج آزمایشگاهی باشد. به این علت که در این بخش هدف، ارائه روابطی با کم‌ترین پراکندگی و حداقل خطا است که با بهینه‌سازی خطا در تخمین نتایج آزمایشگاهی مورد نظر، مدل‌های پیشنهادی ارائه شد. برای رسیدن به این هدف برای هر رابطه، ابتدا با توجه به روابط پیشین و نحوه اثر متغیرهای مربوطه در رفتار ستون‌های با بتن مقاومت بالا رابطه‌ای با ضرایب مجهول مورد بررسی قرار گرفت. با معرفی تابع هدف به صورت تابع خطا و برقراری معادلات محدودیت با توجه به نتایج نمونه‌های آزمایشگاهی و تشکیل ماتریس محدودیت A مدل برنامه‌ریزی خطی بدست می‌آید. با حل مدل بدست آمده از روش سیمپلکس ضرایب مورد نظر بدست آمده که بدین منظور و برای بهینه نمودن خطا و برقراری معادلات محدودیت از نرم‌افزار مطلب استفاده شد. آنچه در ارائه روابط اولیه با ضرایب مجهول در

محصورشده در مقاطع مربعی عبارت است از:

$$\varepsilon_{cc} = 0.00295 - 14.68 \times 10^{-5} w_{\alpha} + 0.9702 \frac{w_w}{s_l} \quad (5)$$

متغیرهای موجود در این رابطه مانند روابط پیشنهادی قبلی در این پژوهش است.

برای مدل پیشنهادی، همان‌طور که در جدول (۲) دیده می‌شود کاهش پراکندگی در حدود ۵٪ و خطای میانگین در حدود ۴٪ نسبت به مدل ماگوروما و همکاران [۱۷] و بهبود ۳٪ نسبت میانگین و سادگی محاسبات مدل پیشنهادی در مقایسه با مدل ساعتچی‌اغلو و همکاران [۲۰] به دست آمده است.

در مورد مقاطع دایره‌ای، مدل پیشنهادی مربوط به کرنش متناظر با تنش اوج در بتن محصورشده به عبارت است از:

$$\varepsilon_{cc} = -0.0031 + 5.432 \times 10^{-5} f'_{co} + 0.044 w_w - 1.125 \times 10^{-3} w_{\alpha} \quad (6)$$

$$\varepsilon_{cc} = -0.0031 + 5.432 \times 10^{-5} f'_{co} - 1.125 \times 10^{-3} w_{\alpha} + 0.044 w_w$$

که در آن  $f'_{co}$  مقاومت‌های محصورنشده بتن برحسب (MPa) است. همان‌طور که در جدول (۲) دیده می‌شود مدل پیشنهادی دارای پراکندگی کمتر نسبت به مدل سانگجونگ و همکاران [۲۷] و خطای میانگین در حدود ۶٪ کمتر از مدل مارتینز و همکاران [۱۶] است. نسبت میانگین مدل پیشنهادی نیز برابر با ۱/۰۰ است.

### ۵-۳- کرنش متناظر با ۵۰٪ و ۸۵٪ تنش اوج بتن محصور شده

به دلیل عدم قطعیت به نسبت زیاد مدل‌های موجود در رابطه با کرنش‌های مربوط به بخش نزولی منحنی تنش-کرنش پس از نقطه اوج و از سوی دیگر اهمیت این متغیرها در محاسبه شاخص شکل‌پذیری در ستون‌ها، نیاز به ارائه مدلی با نتایج نزدیک به واقعیت و با عدم قطعیت کمتر وجود دارد. براساس روش بکار رفته در این پژوهش مدل پیشنهادی مربوط به کرنش متناظر با ۵۰٪ تنش اوج در بتن محصورشده در مقاطع مربعی عبارت است از:

$$\varepsilon_{cc50} = 0.0114 + 7.013 \times 10^{-5} w_{\alpha} + 3.154 \left( \frac{w_w}{s_l} \right) - 3.012 \varepsilon_{co} \quad (7)$$

مدل پیشنهادی ضمن ارائه مدلی با نسبت میانگین ۱/۰۰ با کاهش خطای میانگین در حدود ۱۱٪ نسبت به مدل فایمون و همکاران [۸] که کمینه خطا را در بین مدل‌های موجود داشت، نشان از ارائه نتایج نزدیک‌تر به واقعیت را در این مدل می‌دهد. همچنین عدم قطعیت این مدل نیز نسبت به مدل فایمون و همکاران [۸] در حدود ۶٪ و نسبت به کمترین عدم قطعیت در مدل پالتر و همکاران [۱۳] نیز در حدود ۱٪ کاهش وجود دارد. مدل پیشنهادی مربوط به کرنش متناظر با ۸۵٪ تنش اوج در

داشتن تمام جزئیات را در محاسبات این مدل ملزوم می‌نماید. با توجه به اینکه وارد نمودن جزئیات زیادتر در مدل احتمال ایجاد خطا بیشتر را در مدل مربوطه افزایش می‌دهد باید سعی در ارائه مدلی شود که در عین دارا بودن متغیرهای اصلی و تاثیرگذار در رفتار ستون، محاسبات آن ساده باشد. مدل پیشنهادی مربوط به مقاومت بتن محصورشده در مقاطع مربعی به عبارت است از:

$$f'_{cc} = 1.035 f'_{co} + 264.75 \left( \frac{w_{\alpha} w_s}{s_l} \right) + 16.447 w_w + \left( \frac{398.891}{s_l} \right) \quad (3)$$

$$f'_{cc} = 1.035 f'_{co} + 264.75 (w_{\alpha} w_s / s_l) + 16.447 w_w + (398.891 / s_l)$$

$$w_{\alpha} = \left( \frac{d_b^2 f_{ys}}{d_c s} \right) w_w = \left( \frac{\rho_s f_{ys}}{f'_{co}} \right) w_s = \left( 1 - \frac{s}{d_c} \right)$$

$$w_{\alpha} = \frac{d_b^2 f_{ys}}{d_c s}, w_w = \frac{\rho_s f_{ys}}{f'_{co}}, w_s = \left( 1 - \frac{s}{d_c} \right)$$

که در این رابطه  $s$  گام تنگ‌ها،  $d_c$  ابعاد مقطع بوده که از مرکز تا مرکز تنگ‌ها اندازه‌گیری می‌شود،  $s_l$  فاصله مهارهای جانبی فولادهای طولی،  $\rho_s$  عبارتست از سطح کل فولادهای جانبی در دو جهت قائم بر سطح بتن،  $d_b$  قطر فولاد محصورکننده،  $f'_{co}$ ،  $f'_{cc}$  به ترتیب مقاومت‌های محصورشده و محصورنشده بتن برحسب (MPa) و  $f_{ys}$  مقاومت جاری‌شدن فولاد جانبی برحسب (MPa) است.

مدل پیشنهادی در ضمن وارد نمودن همه جزئیات مهم مربوط به نمونه از جمله مقاومت فولاد محصورکننده، درصد نسبت میانگین ۱/۰۰ می‌تواند جایگزین مناسبی برای مدل مربوطه باشد.

در مورد مقاومت بتن محصورشده در مقاطع دایروی مدل پیشنهادی با رابطه ۴ بدست می‌آید:

$$f'_{cc} = 9 + 0.995 f'_{co} + 6.209 (w_{\alpha} w_s) - 10.337 w_w \quad (4)$$

که در آن  $f'_{co}$ ،  $f'_{cc}$  به ترتیب مقاومت‌های محصورشده و محصورنشده بتن برحسب (MPa) و سایر متغیرها همانند رابطه (۳) است.

مدل پیشنهادی در این پژوهش ضمن ارائه نتایجی با نسبت میانگین برابر با ۱/۰۰ با کاهش ۲۰٪ در پراکندگی و ۱۹٪ در خطای میانگین نسبت به مدل پژوهشگران جرکلی و همکاران [۴] همراه است که مناسب‌تر بودن این مدل را نشان می‌دهد.

### ۵-۲- کرنش متناظر با تنش اوج بتن محصور شده

براساس روش بکار رفته در این پژوهش که شرح آن ارائه شد مدل پیشنهادی مربوط به کرنش متناظر با تنش اوج در بتن

بتن محصورشده در مقاطع دایروی به شرح زیر می‌باشد:

$$\varepsilon_{cc85} = -0.6812 \times 10^{-3} + 0.0456 \times 10^{-2} \left( \frac{\rho_s f_{ys}^2}{f_{co}^{1.3}} \right) - 15.767 \times 10^{-4} w_\alpha + 0.0342 \times 10^{-3} f_{co} \quad (8)$$

$f_{co}$  مقاومت‌های محصورنشده بتن برحسب (MPa) و  $f_{ys}$  مقاومت جاری شدن فولاد جانبی برحسب (MPa) می‌باشد  
مدل پیشنهادی ضمن کاهش ۱۳٪ در خطای میانگین نسبت به مدل سانگ‌جونگ و همکاران [۲۷] و نسبت میانگین در حدود ۱/۰۰ دارای پراکندگی یکسان با این مدل است.

جدول (۲): نتایج حاصل از تحلیل یقین‌اندیشانه در مورد مدل‌های مقاومت و شکل‌پذیری بتن محصورشده

Error! Objects cannot be created from editing field codes.	آماره	مدل							
		FATS	KK	SR-99	BTJ	NSKI	TBB	DF	
چهارگوش (107)	Mean	1.07	1.10	1.00	1.22	1.16	1.04	1.03	
	Mean errors (%)	9.63	11.94	6.2	22.44	16.83	7.59	8.87	
	St. Dev.	0.11	0.11	0.08	0.15	0.12	0.09	0.11	
	COV (%)	9.09	9.94	7.71	12.09	10.22	8.71	10.55	
		MPP	SS	MNW	IM	Propos.			
	Mean	1.15	1.07	1.02	1.16	1.00			
	Mean errors (%)	16.24	9.98	9.04	16.11	5.71			
	St. Dev.	0.15	0.10	0.11	0.13	0.07			
	COV (%)	13.16	9.55	10.99	10.89	7.37			
	$f_{cc}$		K.SR	ANW	SR-99	BTJ	MNS	FS	SR-92
Mean		0.95	0.92	1.05	1.00	0.88	0.98	1.07	
Mean errors (%)		10.32	10.42	9.95	9.67	12.75	15.35	11.44	
St. Dev.		0.12	0.11	0.12	0.12	0.12	0.34	0.13	
COV (%)		12.38	11.40	11.37	11.80	13.04	35.16	12.46	
		MPP	IDR	RBB	Propos.				
Mean		1.06	0.93	0.97	1.00				
Mean errors (%)		11.70	10.22	10.33	7.72				
St. Dev.		0.13	0.11	0.12	0.09				
COV (%)		12.77	11.74	12.69	9.83				
$\varepsilon_{cc}$		FATS	KK	SR-99	BTJ	TBB	MNW	Propos.	
	Mean	1.16	1.03	0.96	1.29	1.46	0.87	1.00	
	Mean errors (%)	35.02	28.52	27.11	41.42	54.04	26.57	22.26	
	St. Dev.	0.53	0.43	0.41	0.45	0.52	0.31	0.30	
	COV (%)	46.01	41.34	42.43	35.15	35.42	35.63	30.08	
$\varepsilon_{cc}$		K.SR	ANW	SR-99	BTJ	MNS	FS	SR-92	
	Mean	0.62	1.29	1.24	1.08	0.90	1.12	1.58	
	Mean errors (%)	39.44	52.56	48.42	40.73	38.63	40.98	74.16	
	St. Dev.	0.28	0.62	0.58	0.53	0.46	0.51	0.72	
	COV (%)	44.50	48.35	46.49	48.62	50.70	45.38	45.73	
		MPP	Propos.						
	Mean	1.43	1.00						
	Mean errors (%)	67.63	32.04						
	St. Dev.	0.86	0.43						
	COV (%)	60.18	43.42						
$\varepsilon_{cc50}$		FATS	KK	LP	NSKI	TBB	Propos.		
	Mean	1.21	1.59	1.56	2.41	1.29	1.00		
	Mean errors (%)	33.55	61.21	57.42	141.5	49.95	22.09		
	St. Dev.	0.43	0.56	0.48	0.82	0.65	0.29		
	COV (%)	35.40	35.14	31	33.81	50.08	29.06		
$\varepsilon_{cc85}$		K.SR	SR-92	SR-99	BTJ	MNS	Propos.		
	Mean	0.57	3.66	2.26	1.15	0.60	1.00		
	Mean errors (%)	45.32	270.16	132.18	7.48	53.11	38.23		
	St. Dev.	0.29	3.16	1.53	1.06	0.44	51.88		
	COV (%)	51.61	86.27	67.61	92.65	75.14	52.19		

St. Dev: Standard Deviation. COV: Coefficient of Variation.

\* Number of specimens

## ۶- نتیجه

احتمال‌اندیشانه برای بررسی مقاومت و شکل‌پذیری ستون‌های ساخته شده از بتن مقاومت بالا، پایان‌نامه کارشناسی ارشد عمران، دانشگاه فردوسی مشهد، تابستان ۱۳۸۹.

Assa, B.; Nishiyama, M.; and Watanabe, F. ,“New Approach for Modeling Confined Concrete. I: Circular Columns”, Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 127, No. 7, pp. 743-750, July, 2001.

Bjerkeli, L.; Tomaszewicz, A.; and Jensen, J. J., “Deformation Properties and Ductility of High-Strength Concrete”, High-Strength Concrete: Second International Symposium, ACI SP-121-12, Detroit, pp. 215-238, 1990.

Cusson, D.; and Paultre, P. ,“High-Strength Concrete Columns Confined by Rectangular Ties”, Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 120, No.3, pp. 783-804, Mar, 1994.

Diniz, S. M. C.; and Frangopol, D. M. ,“Strength and ductility simulation of high strength concrete columns”, Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 123, No.10, pp. 1365-1374, October, 1997.

Fafitis, A.; and Shah, P. S. ,“Lateral Reinforcement for High-Strength Concrete Columns”, ACI Special Publication, SP-87, Detroit, USA, pp. 213-232, 1985.

Faimun, Aji, P., Tavio, and Suprobo, P., “Usulan Kurva Hubungan Tegangan-Regangan Beton Terkekang, Majalah IPTEK, Lembaga Penelitian”, Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Vol. 12, No. 1 pp. 61-70, Feb, 1999.

Hong, K. N.; Han, S. H.; and Yi, S. T. ,“High-strength concrete columns confined by low-volumetric-ratio lateral ties”, Engineering Structures, Vol. 28, pp. 1346-1353, July, 2006.

Ibrahim, H. H. H.; and MacGregor, J. G. ,“Flexural Behavior of Laterally Reinforced High-Strength Concrete Sections”, ACI Structural Journal, Vol. 93, No. 6, pp. 674-684, Nov, 1996.

Iyengar, K. T. S. R.; Desayi, P.; and Reddy, K. N., “Stress-Strain Characteristics of Concrete Confined in Steel Binders”, Magazine of Concrete Research, Vol. 22, No. 72, pp. 173-184, Sep, 1970.

در این پژوهش شکل‌پذیری و مقاومت ستون‌های ساخته شده از بتن پر مقاومت و محصورشده با فولادهای جانبی بررسی شد و براساس روش سیمپلکس در حل مسائل برنامه‌ریزی خطی ضمن ارائه مدل، نتایج زیر بدست آمد:

(۱) با مقایسه انجام شده بین نتایج تحلیلی و آزمایشگاهی در مورد عامل مقاومت بتن محصورشده نشان داده شد که عدم قطعیت در اکثر مدل‌ها بطور نسبی پایین بوده، بنابراین این متغیر بطور مشخص و مناسبی در همه مدل‌ها تعریف شده است. (۲) در مورد مدل‌های مربوط به شکل‌پذیری، عدم قطعیت بالایی بدست آمد. با توجه به اینکه موقعیت اندازه‌گیرهای کرنش در آزمایش‌های محققین مختلف متفاوت بوده و اندازه کرنش فشاری به طور جدی به محل قرارگیری اندازه‌گیرهای کرنش بستگی داشته، بنابراین محدوده تغییرات پراکندگی در بعضی از مدل‌ها برای پیکربندی‌های متفاوت، مقدار بالایی بدست آمد.

(۳) با استفاده از نتایج آزمایشگاهی گذشته و تحلیل انجام شده روابطی برای مقاومت فشاری بتن محصورشده، کرنش متناظر با تنش حداکثر در بتن محصورشده و کرنش متناظر با  $0.50\%$  و  $0.85\%$  تنش حداکثر روی شاخه نزولی منحنی تنش-کرنش پیشنهاد شد. این روابط در ضمن سادگی در محاسبه و فهم متغیرهای ورودی، دارای نسبت میانگین نزدیک به ۱ بوده و پراکندگی نتایج و خطای موجود نیز در هر رابطه نسبت به سایر مدل‌های پیشین حداقل بود.

(۴) در بررسی مدل‌های پیشین در مورد مقاومت بتن محصورشده در مقاطع مربعی شکل، مدل پژوهشگران ساعتچی‌اغلو و همکاران [۲۰] مناسب‌ترین تخمین و مدل جرکلی و همکاران [۴] نامناسب‌ترین پیش‌بینی از نتایج نمونه‌های آزمایشگاهی در نظر گرفته را داشتند. همچنین در مقاطع دایروی شکل مدل جرکلی و همکاران [۴] به خصوص در نمونه‌های محصورشده با فولاد مقاومت بالا مناسب‌ترین تخمین و مدل فافیتیز و همکاران [۷] تخمینی نامناسب را نشان دادند.

## ۷- مراجع

[۱] بازارا، مختار. اس؛ جارویس، جان جی؛ شرالی، حنیف دی؛ ترجمه اسماعیل خرم، “برنامه‌ریزی خطی”، نشر کتاب دانشگاهی، ویرایش دوم، ۱۳۸۶.

[۲] صابری زاده، م؛ اصفهانی، م. ر.، “استفاده از تحلیل یقین و

- Richart, F. E.; Brandtzaeg, A.; and Brown, R. L., "The Failure of Plain and Spirally Reinforced Concrete in Compression", University of Illinois Engineering Station Bulletin Series No. 190, Vol. 26, No. 31, 73 pp. April, 1929. [۲۱]
- Saatcioglu, M.; and Razvi, S. R. , "Strength and Ductility of Confined Concrete", Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 118, No. 6, pp. 1590-1607, June, 1992. [۲۲]
- Saatcioglu, M.; and Razvi, S. R. , "High-Strength Concrete Columns with Square Sections under Concentric Compression", Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 124, No. 12, pp. 1438-1447, Dec, 1998. [۲۳]
- Sharma, U. K.; Bhargava, P.; and Kaushik, S. K., "Behavior of Confined High-Strength Concrete Columns under Axial Compression", Journal of Advanced Concrete Technology, Vol. 3, No. 2, pp. 267-281, June, 2005. [۲۴]
- Sheikh, S. A.; and Uzumeri, S. M. , "Strength and Ductility of Tied Concrete Columns", Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 106, No. 5, pp. 1079-1102, May, 1980. [۲۵]
- Sun, Y. P.; and Sakino, K. , "Ductility improvement of reinforced concrete columns with high strength materials", Transactions of the JCI 15, pp. 455-462, 1993. [۲۶]
- Sungjoong, K.; and Rizkalla, S. , "Behavior of High-Strength Concrete Columns", PhD. dissertation, North Carolina State University, Raleigh, 224, pp. May, 2007. [۲۷]
- Tavio; Budiantara, N.; and Kusuma, B. , "Spline Nonparametric Regression Analysis of Stress-Strain Curve of Confined Concrete", Civil Engineering Dimension Vol. 10, No. 1, pp. 14-27, March, 2008. [۲۸]
- Vanderbei, R .; "Linear Programming: Foundations and Extensions", Second Edition, Department of operation research and financial engineering, Princeton university, 2001. [۲۹]
- Yong, Y.; Nour, M. G.; and Nawy, E. G. , "Behavior of Laterally Confined High Strength Concrete under Axial Loads", Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 114, No. 2, pp. 332-351, Feb, 1988. [۳۰]
- Kappos, A. J.; and Konstantinidis, D. , "Statistical Analysis of Confined High Strength Concrete", Materials and Structures, Vol. 32, pp. 734-748, Dec, 1999. [۱۲]
- Le'geron1, F.; and Paultre, P. , "Uniaxial Confinement Model for Normal- and High-Strength Concrete Columns", Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 129, No. 2, pp. 241-259, Feb, 2003. [۱۳]
- Li, B.; Park, R.; and Tanaka, H. , "Strength and Ductility of Reinforced Concrete Members and Frames Constructed Using High-Strength Concrete", Research Report No. 94-5, Department of Civil Engineering, University of Canterbury, Christchurch, New Zealand, pp. 373, 1994. [۱۴]
- Mander, J. B.; Priestley, M. J. N.; and Park, R., "Theoretical Stress-Strain Model for Confined Concrete", Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 114, No. 8, pp. 1804-1826, August, 1988. [۱۵]
- Martinez, S.; Nilson, A. H.; and Slate, F. O., "Spirally Reinforced High-Strength Concrete Columns", ACI Journal, pp. 431-442 Sep, 1984. [۱۶]
- Muguruma, H.; Nishiyama, M.; and Watanabe, F. Sep, 1984 , "Stress-strain curve model for concrete with a wide range of compressive strength", Proceedings of the 3rd International Conference on Utilization of High Strength Concrete, Lillehammer, Norway, pp. 314-321, 1993. [۱۷]
- Nagashima, T.; Sugano, S.; Kimura, H.; and Ichikawa, A. , "Monotonic Axial Compression Test on Ultra-High-Strength Concrete Tied Columns", Earthquake Engineering Tenth World Conference, Madrid, Spain, Proceedings, pp. 2983-2988, July, 1992. [۱۸]
- Razvi, S.; and Saatcioglu, M. , "Strength and Deformability of Confined High-Strength Concrete Columns", ACI Structural Journal, Vol. 91, No. 6 pp. 678-687 Nove, 1994. [۱۹]
- Razvi, S.; and Saatcioglu, M. [۲۰] , "Confinement Model for High-Strength Concrete", Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 125, No. 3, pp. 281-289, March, 1999.

## ۸- زیر نویس ها

- 
- <sup>۱</sup> Cusson and Paultre  
<sup>۲</sup> Sun and Sakino  
<sup>۳</sup> Kappos et al  
<sup>۴</sup> Tavio et al  
<sup>۵</sup> Slack variable  
<sup>۶</sup> Surplus  
<sup>۷</sup> uncertainty  
<sup>۸</sup> Coefficient of Variation  
<sup>۹</sup> Saatcioglu et al  
<sup>۱۰</sup> Mander et al  
<sup>۱۱</sup> Fafitis et al  
<sup>۱۲</sup> Deterministic analysis  
<sup>۱۳</sup> Bjerkei et al  
<sup>۱۴</sup> Diniz et al  
<sup>۱۵</sup> Ki-Nam Hong et al  
<sup>۱۶</sup> Ibrahim et al  
<sup>۱۷</sup> Muguruma et al  
<sup>۱۸</sup> Sheikh and Uzumeri  
<sup>۱۹</sup> Martinez et al  
<sup>۲۰</sup> Assa et al  
<sup>۲۱</sup> Paultre et al  
<sup>۲۲</sup> Residual strength  
<sup>۲۳</sup> Faimun et al  
<sup>۲۴</sup> Sungjoong et al