



شبیه‌سازی حالت بحرانی خاک دانه‌ای با دانه‌های چندگوشه به کمک روش اجزای مجزا

مسعود خبازیان^۱، سید احسان سیدی حسینی‌نیا^{۲*}

^۱ دانشجوی دکتری مهندسی ژئوتکنیک، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد، ایران
^۲ دانشیار گروه مهندسی عمران، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد، ایران

تاریخچه داوری:

دریافت: ۱۳۹۷-۰۵-۲۷
بازنگری: ۱۳۹۷-۰۷-۰۱
پذیرش: ۱۳۹۷-۰۷-۲۳
ارائه آنلاین: ۱۳۹۷-۰۷-۲۹

کلمات کلیدی:

دانه‌های چندگوشه
روش استوانه
روش اجزای مجزا (DEM)
خط حالت بحرانی
تحلیل‌های زه کشی‌شده و زه کشی‌نشده

خلاصه: از روش اجزای مجزا برای شبیه‌سازی دو بعدی رفتار زه کشی‌شده و زه کشی‌نشده در مصالح دانه‌ای چندگوشه به منظور یافتن خط حالت بحرانی استفاده شده است. برای شبیه‌سازی رفتار زه کشی‌نشده، از دو روش حجم ثابت و استوانه بهره گرفته شده است. در روش حجم ثابت فرض می‌شود که حجم نمونه خاک با فرض تراکم ناپذیری آب در روند بارگذاری ثابت می‌ماند. ولی در روش استوانه، لوله‌ای میان حفره‌های همسایه در نظر گرفته می‌شود که امکان تبادل آب بین مرکز حفره‌های همسایه را فراهم می‌نماید. در این روش، قطر استوانه نماینده‌ای از نفوذپذیری خاک است. شبیه‌سازی رفتار زه کشی‌نشده محیط‌های دانه‌ای به کمک هر دو روش برای نمونه دانه‌ای، تحت تنش همه‌جانبه ۲۰۰ کیلوپاسکال انجام شد. نتایج شبیه‌سازی‌ها نشان داد که پاسخ‌های حاصل از روش استوانه انطباق خوبی با روش حجم ثابت دارد و با افزایش سختی آب، نتایج هر دو روش بهم نزدیک‌تر می‌شوند. همچنین اثر سطح تنش همه‌جانبه بر رفتار زه کشی‌شده و رفتار زه کشی‌نشده به دو روش حجم ثابت و استوانه مورد بررسی قرار گرفت. نتایج حاصل از هر سه دسته از شبیه‌سازی‌ها نشان داد که با افزایش تنش همه‌جانبه، تنش انحرافی و تمایل به تراکم در نمونه‌های زه کشی‌شده و زه کشی‌نشده افزایش می‌یابد. به منظور دستیابی به حالت بحرانی، تحلیل‌ها تا کرنش‌های بزرگ و تا ثابت شدن تنش انحرافی و نسبت تخلخل ادامه یافت. سپس موقعیت خط حالت بحرانی و همچنین پارامترهای آن تعیین شد. نتایج نشان داد که موقعیت خط حالت بحرانی به مسیر تنش بارگذاری بستگی ندارد و روش شبیه‌سازی در موقعیت خط حالت بحرانی تأثیر بسیار کمی دارد.

۱- مقدمه

مختلف برای ماسه به‌دست آمده است. به‌عبارتی، موقعیت خط حالت بحرانی به مسیر تنش بارگذاری بستگی ندارد. در شرایطی که حالت نمونه خاک در صفحه نسبت تخلخل - تنش مؤثر بالای خط حالت بحرانی قرار گیرد، نمونه تمایل به تراکم و اگر پایین خط حالت بحرانی قرار گیرد، تمایل به اتساع نشان می‌دهد که رفتار تمایل به تغییر حجم تا رسیدن به خط حالت بحرانی ادامه می‌یابد [۳، ۴، ۷-۱۰]. پژوهش‌های آزمایشگاهی [۴، ۱۰-۱۴] و عددی [۵، ۶، ۱۵] روی ماسه‌ها نشان داد که خط حالت بحرانی در صفحه نسبت تخلخل-

بسیاری از خاک‌های ماسه‌ای در کرنش‌های بزرگ، تغییر شکل بزرگی نشان داده و مقاومت خود را از دست می‌دهند که این موضوع ممکن است سبب تخریب سازه‌های بنا شده روی آن‌ها شود. حالت بحرانی زمانی اتفاق می‌افتد که نمونه خاک با مقاومت ثابت و حجم ثابت، تغییر شکل نشان دهد [۱، ۲]. در پژوهش‌های انجام شده، مانند مراجع [۳-۶]، خط حالت بحرانی واحدی در مسیرهای تنش

* نویسنده عهده‌دار مکاتبات: eseyedi@um.ac.ir



داد که در تنش‌های کم، شکل دانه‌ها تأثیر زیادی بر موقعیت حالت بحرانی دارد؛ ولی با بزرگ شدن تنش، این تأثیر کم می‌شود. خی و همکاران [۲۲] پس از بررسی شکل دانه‌ها و نسبت تنش میانی، نتیجه گرفتند که هر دو عامل بر موقعیت خط حالت بحرانی ماسه تأثیر می‌گذارند. با توجه به موارد گفته شده، می‌توان گفت که رفتارهای مقاومتی و تغییر حجمی ماسه‌های چندگوشه و گردگوشه متفاوت است. شکل دانه‌های ماسه مانند ماسه‌های کوهی که حاصل فرسایش و شکست سنگ‌ها هستند، در طبیعت معمولاً چندگوشه است؛ این در حالی است که در بسیاری از پژوهش‌های عددی، دانه‌ها گردگوشه فرض شده است. چون شبیه‌سازی عددی، امکان بررسی دانه‌ها با شکل دلخواه را فراهم می‌نماید، در این پژوهش از روش اجزای مجزا به عنوان یک روش عددی، برای بررسی رفتار مقاومتی ماسه چندگوشه استفاده شده است.

روش اجزای مجزا (DEM) یک روش عددی برای مطالعه محیط‌های دانه‌ای است که از آن، ابتدا برای بررسی پایداری بلوک‌های سنگی [۲۳] و سپس برای شبیه‌سازی رفتار زه کشی‌شده مصالح با دانه‌های دایره‌ای شکل [۲۴] استفاده شد. میرقاسمی و همکاران [۲۵] با بهره‌گیری از قانون تماسی خطی برای دانه‌های در تماس، از این روش برای شبیه‌سازی رفتار زه کشی‌شده دانه‌های چندگوشه به صورت دوبعدی بهره بردند که در آن، نیروی نرمال و تماسی بین دانه‌ها با استفاده از مساحت همپوشان بین دو دانه در تماس، تعیین می‌شد. همچنین عابدی و میرقاسمی [۲۶]، اثر شکل دانه‌ها در رفتار زه کشی‌شده ماسه چندگوشه را به کمک این روش بررسی کردند. سیدی حسینی‌نیا و میرقاسمی [۲۷، ۲۸] به کمک روش اجزای مجزا، شکست دانه‌های چندگوشه و رفتار مقاومتی ماسه در اثر شکست دانه‌ها را بررسی کردند. همچنین سیدی حسینی‌نیا [۲۹-۳۲] به مطالعه اثر ناهمسانی بر رفتار ماسه چندگوشه به کمک این روش پرداخت.

مطالعه عددی رفتار زه کشی‌شده خاک به کمک روش اجزای مجزا در بسیاری از پژوهش‌ها انجام شده که در آن‌ها، از روش‌های حجم ثابت، هیدرومکانیکی و یا به ندرت از روش استوانه بهره گرفته شده است. لازم به ذکر است که شرایط زه کشی‌شده در خاک ماسه‌ای می‌تواند زمانی اتفاق بیفتد که سرعت بارگذاری آنقدر بزرگ باشد که آب درون خاک، در مدت زمان کوتاه اعمال بار نتواند از آن خارج شود.

لگاریتم تنش مؤثر، خط مستقیم نیست و منحنی شکل است. لی و ونگ [۱۲] پیشنهاد دادند که خط حالت بحرانی، به صورت رابطه نسبت تخلخل در مقابل توانی از تنش مؤثر، به صورت خطی مطابق رابطه (۱) ارائه شود:

$$e = e_T - \lambda \left(\frac{p'_{cs}}{p_{ref}} \right)^\alpha \quad (1)$$

که در این رابطه، e نسبت تخلخل بحرانی، p'_{cs} تنش مؤثر متوسط در حالت بحرانی، p_{ref} فشار اتمسفری (برابر با ۱۰۱ کیلوپاسکال)، e_T نسبت تخلخل در تنش مؤثر برابر با صفر، λ شیب خط حالت بحرانی و α یک عدد ثابت در دامنه صفر تا یک است.

خط حالت بحرانی در صفحه تنش انحرافی-تنش مؤثر متوسط، به صورت خطی، مطابق رابطه (۲) ارائه می‌شود.

$$q = M p'_{cs} \quad (2)$$

که در آن، q تنش انحرافی در حالت بحرانی، p'_{cs} تنش مؤثر متوسط در حالت بحرانی و M شیب خط حالت بحرانی، وابسته به زاویه لود است.

مطالعه اثر شکل دانه‌ها بر رفتار مقاومتی ماسه در برخی از پژوهش‌ها انجام شده است. وحیدی‌نیا و همکاران [۱۶] اثر شکل دانه‌ها و همچنین اثر اضافه کردن ریزدانه به ماسه را بررسی کردند. چو و همکاران [۱۷] به بررسی شکل دانه‌ها بر چگالی، سختی و مقاومت ماسه پرداختند. سوماکاس و جورجیانو [۱۸] با بررسی تأثیر شکل دانه‌ها بر رفتار زه کشی‌شده چهار نوع ماسه تا کرنش‌های بزرگ، موقعیت خط حالت بحرانی را تعیین کردند. برهانی و فخاریان [۱۹]، مقاومت برشی و تمایل به تغییر حجم ماسه با دانه‌های چندگوشه و گردگوشه را در آزمایش سه‌محوری زه کشی‌شده بررسی کردند. نتیجه پژوهش آن بود که در ماسه چندگوشه، تمایل به اتساع بیشتر از ماسه گردگوشه است و فشار آب حفره‌ای مثبت کمتری در نمونه زه کشی‌شده ایجاد می‌شود. یانگ و لو [۲۰] تأثیر شکل دانه‌ها را بر موقعیت خط حالت بحرانی و مقاومت در برابر روانگرایی بررسی کردند که نتایج پژوهش نشان داد هرچه دانه‌های ماسه گردگوشه‌تر باشد، مقاومت در برابر روانگرایی کمتر است. فاتین و همکاران [۲۱] تأثیر شکل دانه‌ها را بر رفتار مکانیکی ۲۵ نوع ماسه بررسی کردند و پارامترهای حالت بحرانی را برای هریک بدست آوردند. نتایج نشان

می‌توان از آن برای مدل‌سازی رفتار زه‌کشی‌نشده استفاده کرد. در این روش، هر حفره، فشار آب مستقلی از دیگر حفره‌ها دارد. بنابراین اختلاف فشار آب بین حفره‌های همسایه، سبب تبادل آب بین آن‌ها می‌شود که استوانه‌ها، وظیفه انتقال آب را بر عهده دارند. روتنبرگ و ماتیا [۴۷] با استفاده از این روش، روابط جریان و نفوذپذیری را براساس مشخصات استوانه‌ها ارائه دادند. تالاک [۴۸] با استفاده از روش استوانه و با در نظر گرفتن تأثیر آب بر دانه‌ها، شکست هیدرولیکی در مصالح دانه‌ای دایروی شکل را شبیه‌سازی کرد. تالاک [۴۸] با شبیه‌سازی جریان سیال در میان دانه‌ها، به تحلیل جابجایی دانه‌ها و گسیختگی نمونه پرداخت. بونیا [۴۹] با استفاده از این روش و با فرض دانه‌های بیضی، رفتار زه‌کشی‌نشده ماسه اشباع در آزمایش فشاری دو محوری را شبیه‌سازی کرد و اثر نسبت تخلخل و سطح تنش را بررسی نمود. همچنین نتایج روش استوانه را با روش حجم ثابت مقایسه کرد که نتایج با یکدیگر انطباق نشان دادند. خبازیان و سیدی حسینی‌نیا [۵۰] با استفاده از روش استوانه، به شبیه‌سازی رفتار زه‌کشی‌نشده ماسه چندگوشه پرداختند و گستردگی فشار آب در داخل نمونه و همچنین تأثیر تغییر قطر استوانه بر رفتار مقاومتی خاک را بررسی کردند. در یک نمونه ماسه اشباع، تحت بارگذاری تنش انحرافی، امکان انتقال آب بین حفره‌های همسایه وجود دارد که آب درون حفره به دانه‌های همسایه نیرو اعمال می‌نماید. به کمک روش استوانه، اثر نیروی آب بر دانه‌ها در نظر گرفته می‌شود. همچنین در این روش، خصوصیات سیال مانند مدول حجمی و گرانی بر رفتار مقاومتی ماسه اشباع تأثیر می‌گذارند. بنابراین در این پژوهش از روش استوانه هم برای شبیه‌سازی رفتار زه‌کشی‌نشده ماسه اشباع تا کرنش‌های زیاد استفاده شد.

در پژوهش حاضر، رفتار زه‌کشی‌شده و زه‌کشی‌نشده ماسه، تحت بارگذاری با تنش‌های هم‌جانبه ۲۰۰، ۴۰۰، ۸۰۰ و ۱۶۰۰ کیلوپاسکال تا کرنش‌های بزرگ بررسی شده است که از روش‌های حجم ثابت و استوانه برای شبیه‌سازی رفتار زه‌کشی‌نشده استفاده شد. با توجه به آن که رفتار مقاومتی مصالح چندگوشه و گردگوشه باهم متفاوت است، برخلاف مطالعات قبلی، در این پژوهش، شکل دانه‌ها واقعی‌تر در نظر گرفته شده و بجای شکل دایروی و بیضی، به صورت چندگوشه لحاظ شده است.

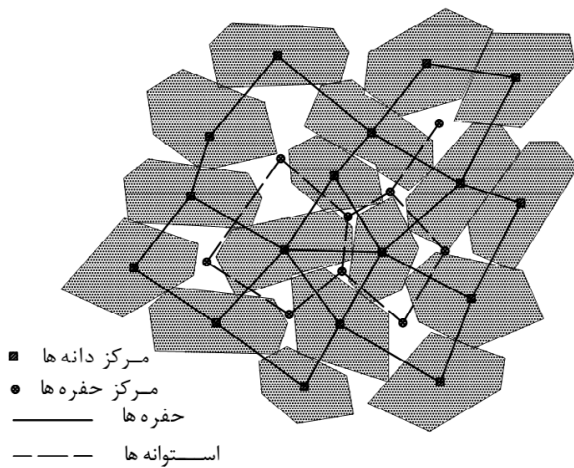
در شبیه‌سازی رفتار ماسه زه‌کشی‌نشده، استفاده از روش حجم ثابت مرسوم است. در این روش، تأثیر حضور آب در محیط دانه‌ای با کنترل تغییرات حجمی نمونه، شبیه‌سازی می‌شود. فرض اساسی این روش، ثابت نگه داشتن حجم نمونه حین بارگذاری است و این فرض بخاطر تراکم‌پذیری بسیار ناچیز آب نسبت به تراکم‌پذیری اسکلت خاک است. در برخی پژوهش‌ها [۳۳-۳۹] از این روش برای شبیه‌سازی رفتار استاتیکی و چرخه‌ای نمونه ماسه با دانه‌های دایروی و یا گروی استفاده شده که مطابقت نتایج شبیه‌سازی عددی با نتایج آزمایشگاهی، نشان‌دهنده فرضیه‌های صحیح روش حجم ثابت بوده است.

از روش تحلیل هیدرومکانیکی برای تحلیل توأم (همبسته) جریان آب و جابه‌جایی دانه‌ها استفاده می‌شود. در این روش، از روابط تکانه برای دانه‌ها و از روابط جریان سیال برای آب استفاده می‌شود و با اندرکنش، تأثیر نیروی آب بر دانه‌ها در نظر گرفته می‌شود. گونگ و ژا [۴۰] به کمک این روش، روانگرایی خاک‌های غیرچسبیده با دانه‌های کروی را بررسی کردند و معیار جدیدی برای روانگرایی تعریف کردند. همچنین گونگ [۴۱] در پژوهشی دیگر، به شبیه‌سازی سه‌بعدی آزمایش‌های سه‌محوری و کرنش صفحه‌ای زه‌کشی‌نشده با دانه‌های کروی پرداخت. الشامی و زقال [۴۲] به کمک این روش، با تحلیل سه‌بعدی و با فرض دانه‌های کروی، از رابطه ناور-استوکس برای آب استفاده کردند و گرادیان هیدرولیکی بحرانی برای ایجاد جابه‌جایی‌های بزرگ در دانه‌ها را بررسی کردند. همچنین زقال و الشامی [۴۳] به کمک این روش، مقاومت در برابر روانگرایی خاک‌های سیمانی شده را بررسی کردند. در برخی پژوهش‌ها [۴۴-۴۶]، رفتار زه‌کشی‌نشده ماسه به کمک هر دو روش حجم ثابت و هیدرومکانیکی شبیه‌سازی شد و نتایج حاصل، با یکدیگر مقایسه گردید که پاسخ‌ها اختلاف کمی با هم داشت. به این منظور، شفیع‌پور و سروش [۴۵] با تغییر سختی آب، پاسخ‌های حاصل از دو روش هیدرومکانیکی و حجم ثابت را در نسبت تخلخل‌های مختلف مقایسه کردند و به این نتیجه رسیدند که هرچه سختی آب بیشتر باشد، فشار آب حفره‌ای تولید شده حاصل از دو شبیه‌سازی به هم نزدیک‌تر است. لازم به ذکر است که روش هیدرومکانیکی پرهزینه و زمان‌بر است، در حالی که روش حجم ثابت به نسبت ساده بوده و در تحلیل به کمک آن، به زمان کمتری نیاز است [۴۵، ۴۶]. روش سوم، روش استوانه است که

همسایه سبب ایجاد جریان بین آن‌ها می‌شود. دبی جریان بین حفره‌های همسایه (q) از رابطه هیگن-پوزوال [۵۱] براساس رابطه (۴) تعیین می‌شود.

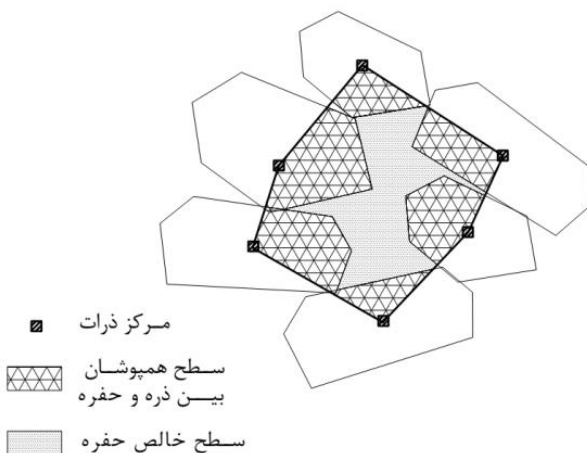
$$q = \frac{\pi d^4}{128\mu} \frac{(u_1 - u_2)}{L} \quad (4)$$

که در آن، d قطر استوانه میان دو حفره و L طول استوانه است که مطابق شکل ۱، برابر با فاصله مرکز به مرکز حفره‌های همسایه است. q دبی جریان، μ گرانروی آب، u_1 فشار آب در حفره شماره



شکل ۱. نمایش مرکز دانه‌های در تماس، حفره‌های شکل گرفته بین دانه‌ها، مرکز حفره‌ها و استوانه بین حفره‌های همسایه

Fig. 1. Presentation of the centers of particles in contact, the pores formed between particles, the pores centers and the cylinders between adjacent pores



شکل ۲. نحوه محاسبه مساحت دقیق هر حفره

Fig. 2. Determination of the exact area of each pore

۲- معرفی روش استوانه برای شبیه سازی رفتار زه کشی نشده

روش استوانه برای شبیه‌سازی رفتار زه کشی نشده خاک‌های دانه‌ای استفاده می‌شود که در آن، علاوه بر ویژگی دانه‌ها، ویژگی‌های آب بین دانه‌ها شامل سختی و گرانروی هم در پاسخ رفتار زه کشی نشده مؤثر هستند و با در نظر گرفتن امکان تبادل آب بین حفره‌های همسایه از طریق استوانه‌های فرضی، شرایط زه کشی نشده برای کل نمونه شبیه‌سازی می‌شود.

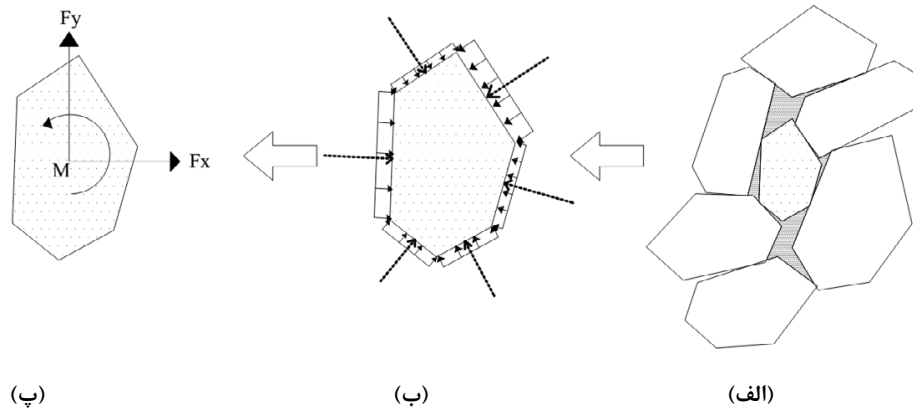
الگوریتم روش استوانه توسط نویسندگان تهیه شده و در برنامه رایانه‌ای POLY که پیش از این جهت شبیه‌سازی رفتار زه کشی شده مصالح دانه‌ای چندگوشه [۲۵] تهیه شده بود، اعمال شده است. همچنین، به همین برنامه، شبیه‌سازی به روش حجم ثابت اضافه شده است. در گام اول الگوریتم روش استوانه، تماس بین دانه‌ها شناسایی شده و بر مبنای آن، حفره‌های بین دانه‌ها از متصل کردن مرکز دانه‌های در تماس با یکدیگر تشکیل می‌شوند. شکل ۱ حفره‌های شناسایی شده از اتصال مرکز دانه‌های در تماس با یکدیگر را نشان می‌دهد. مطابق شکل ۱، پس از شناسایی حفره‌ها، مرکز حفره‌ها تعیین شده و استوانه‌های فرضی، مرکز حفره‌های همسایه را به یکدیگر متصل می‌کنند.

پس از شناسایی حفره‌ها و استوانه‌های فرضی بین آن‌ها، مساحت دقیق هر حفره محاسبه می‌شود. روش محاسبه مساحت دقیق هر حفره در شکل ۲ نشان داده شده است. برای این کار، ابتدا مساحت چندضلعی شکل گرفته، از متصل کردن مراکز دانه‌های در تماس، محاسبه می‌شود. سپس مساحت همپوشان بین دانه‌ها و چندضلعی محاسبه شده و از مساحت چندضلعی کم می‌شود.

پس از محاسبه مساحت دقیق هر حفره، تغییر مساحت حفره نسبت به چرخه قبل محاسبه می‌شود. به دلیل اشباع بودن نمونه خاک، تغییر حجم حفره، سبب تغییر فشار آب در حفره می‌شود. تغییر فشار آب در هر حفره Δu_i از رابطه (۳) تعیین می‌شود [۴۴، ۴۹].

$$\Delta u_i = B_f \frac{\Delta V_i}{V_i} \quad (3)$$

در رابطه (۳)، V_i حجم اولیه حفره i و B_f مدول حجمی سیال است. پس از محاسبه تغییر فشار آب در هر حفره نسبت به چرخه قبل، فشار آب تمامی حفره‌ها در آن چرخه، محاسبه می‌شود. لازم به ذکر است که در چرخه اول بارگذاری، فشار آب حفره‌ای یکسان به تمام حفره‌ها اختصاص داده می‌شود. تفاوت فشار آب بین حفره‌های



شکل ۳. اعمال فشار یکنواخت بر مرزهای دانه، محاسبه نیروی برآیند و تعیین لنگر در مرکز دانه و نیرو در دو جهت x و y
 Fig. 3. Presentation of constant pressure applied to a particle surfaces, calculation of the resultant force and moment at the center of particle and force in the x - and y - directions

یک دانه به صورت نیرو در دو جهت x و y و همچنین لنگر در مرکز دانه تعیین می‌گردد که در شکل ۳-پ نشان داده شده است. مراحل مختلف محاسبات به روش استوانه در شکل ۴ نشان داده شده است. روند انجام محاسبات در پژوهش حاضر به این صورت است که در هر چرخه محاسباتی، پس از اعمال کرنش یا تنش به مرز نمونه تولید شده، با استفاده از قانون تماسی، نیروهای تماسی بین دانه‌ها محاسبه شده و پس از آن، حفره‌های بین آن‌ها شناسایی می‌شود. سپس حجم دقیق هر حفره و پس از آن، تغییر حجم حفره نسبت به چرخه قبل تعیین می‌شود. پس از تعیین تغییر حجم حفره، تغییر فشار آب درون هر حفره با رابطه (۳) محاسبه شده و با استفاده از رابطه‌های (۴) و (۵)، دبی جریان و همچنین تغییر حجم هر حفره معلوم می‌شود. سپس نیروی ناشی از فشار آب درون هر حفره، به دانه‌های همسایه حفره اعمال شده و برآیند نیرو و لنگر در مرکز هر دانه تعیین می‌شود. آنگاه با استفاده از قانون حرکت، شتاب و با دو بار انتگرال‌گیری، جابه‌جایی و چرخش هر دانه در اثر نیروهای اعمالی محاسبه می‌شود. لازم به ذکر است که شکست دانه‌ها در پژوهش حاضر در نظر گرفته نشده و فرض شده است که شکل دانه‌ها تا پایان تحلیل، ثابت می‌ماند. چون در تحلیل به روش اجزای مجزا، دانه‌های مرزی، محدوده نمونه را مشخص می‌کنند، بنابراین در روش استوانه، امکان تبادل آب به خارج از مرز نمونه وجود نداشته و محیط نمونه آب‌بند است.

۳- مشخصات شبیه‌سازی

گام‌های شبیه‌سازی شامل ساخت نمونه، اعمال تنش همه‌جانبه و اعمال تنش انحرافی است. در مرحله ساخت نمونه، دانه‌های چندگوشه به صورت تصادفی در نمونه دایروی به‌گونه‌ای قرار می‌گیرند

۱ و u_2 فشار آب در حفره همسایه آن (حفره شماره ۲) است. لازم به ذکر است که رابطه هیگن-پوزوال از رابطه ناویر-استوکس بدست آمده است [۵۱]. بنابراین همه فرض‌های رابطه ناویر-استوکس برای این رابطه برقرار است. فرض‌های این رابطه عبارتند از:

- ۱- جریان درون استوانه‌ها آرام فرض می‌شود. یعنی سیال درون استوانه‌ها به صورت لایه‌های موازی هم جریان می‌یابد.
- ۲- از تغییر حجم آب چشم‌پوشی می‌شود.
- ۳- از اثر گرانش چشم‌پوشی می‌شود.

تغییر حجم هر حفره ΔV_i از مجموع تغییر حجم حفره ناشی از نیروهای بین دانه‌ای و همچنین تغییر حجم ناشی از ورود و خروج آب به هر حفره مطابق رابطه (۵) بدست می‌آید.

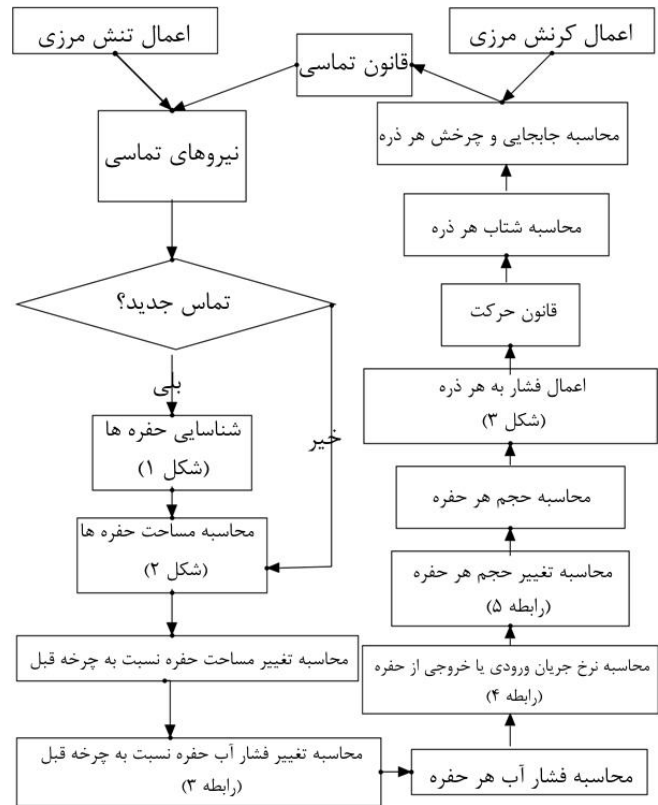
$$\Delta V_i = \Delta V_i^\beta + \sum_{j=1}^n \Delta q_j \Delta t \quad (5)$$

که در آن، ΔV_i^β تغییر حجم حفره i ناشی از جابجایی دانه‌های همسایه آن است که با تغییر حجم آب موجود درون حفره جمع می‌شود. در رابطه (۵)، n نشان‌دهنده تعداد حفره‌ها در همسایه حفره مورد نظر (i) است که با آن حفره، آب مبادله می‌شود.

چگونگی اعمال فشار آب در حفره به دانه‌های همسایه در شکل ۳ نشان داده شده است. مطابق شکل ۳-الف، هر حفره همسایه دانه مورد نظر، فشار آب مستقلی به مرزهای دانه اعمال می‌کند که این فشار به صورت گسترده و یکنواخت، عمود بر مرزهای دانه وارد می‌شود. مطابق شکل ۳-ب، ابتدا موقعیت و مقدار برآیند نیروی حاصل از هر فشار وارد بر هر مرز دانه محاسبه می‌شود. سپس برآیند نیروهای وارد شده به مرزهای

می‌شود و تحت فشار همه‌جانبه معینی در راستای قائم و افقی تحکیم می‌یابد. سپس در راستای قائم با اعمال کرنش محوری، نمونه تحت تنش انحرافی قرار می‌گیرد. شکل ۷ نمایی از نمونه در راستاهای یک (افقی) و دو (قائم)، در مرحله‌های (الف) تولید و پخش دانه‌ها، (ب) اعمال تنش همه‌جانبه و (پ) اعمال تنش انحرافی را نشان می‌دهد. در مرحله اعمال تنش انحرافی در تحلیل زه کشی‌شده، تنش در امتداد افقی نمونه (راستای یک) به‌عنوان تنش محصورکننده، ثابت نگه داشته می‌شود ولی در امتداد قائم (راستای دو)، نمونه فشرده می‌شود. در تحلیل زه کشی‌نشده به روش استوانه، ابتدا به تمام حفره‌ها در نمونه، فشار آب یکسان اختصاص داده می‌شود که در پژوهش حاضر، این مقدار برابر با ۱۰ کیلوپاسکال اختیار شده است. سپس با اعمال جابه‌جایی به مرز نمونه در راستای یک و در عین حال، ثابت نگه داشتن تنش در امتداد دو به عنوان تنش محصورکننده، بارگذاری دومحوری انجام می‌شود. در حین بارگذاری، حجم حفره‌ها تغییر کرده و آب بین حفره‌های همسایه مبادله می‌شود. در روش حجم ثابت، نرخ کرنش اعمالی در هر دو راستا به نمونه برابر و در خلاف جهت یکدیگر اعمال می‌شود تا حجم کل نمونه طی بارگذاری، ثابت بماند. شافی‌پور و سروش [۴۵]، ژنگ [۵۴]، سیتارام [۵۵]، گونگ و ژا [۴۰]، [۵۶]، گونگ [۳۵] و بونیللا [۴۹] با این فرض، رفتار زه کشی‌نشده ماسه اشباع را به روش حجم ثابت شبیه‌سازی کردند که ژنگ [۵۴]، گونگ [۳۵] و گونگ و ژا [۴۰] با استفاده از این فرض، شبیه‌سازی را تا کرنش‌های زیاد ادامه دادند و به حالت بحرانی رسیدند. برای تولید نمونه‌های نیمه‌متراکم، پس از آن که ذرات به صورت تصادفی در محیط دایروی قرار گرفتند، نمونه به صورت مرحله‌ای تحت تنش همه‌جانبه قرار گرفت که تنش همه‌جانبه در هر مرحله به اندازه ۲۰ تا ۱۰۰ کیلوپاسکال افزایش یافت و مقدار نسبت تخلخل در انتهای هر مرحله به مقدار ثابتی رسید. پس از تحکیم، به نمونه تنش انحرافی اعمال شد.

پارامترهای مورد استفاده در شبیه‌سازی‌ها در جدول ۱ ارائه شده است. مقادیر چگالی، ضریب اصطکاک بین دانه‌ای و همچنین سختی نرمال و مماسی در جدول ۱ به صورت اختیاری انتخاب شده‌اند. در برخی از پژوهش‌ها [۲۹-۳۲، ۴۶]، سختی نرمال و مماسی برابر در نظر گرفته شده‌اند و در بعضی از پژوهش‌ها [۳۷، ۵۷] سختی مماسی برابر با نسبتی از سختی نرمال فرض شده است. با توجه به مقادیر در نظر گرفته شده در برخی پژوهش‌ها [۲۹-۳۲]، مقدار سختی نرمال

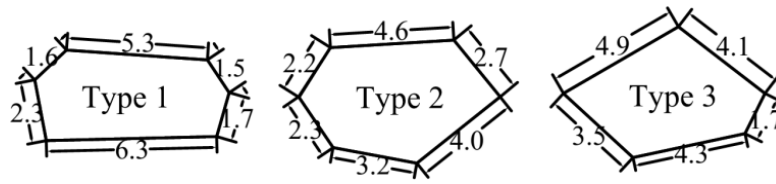


شکل ۴. فلوچارت محاسبات روش استوانه
Fig. 4. The flowchart of cylinder method calculations

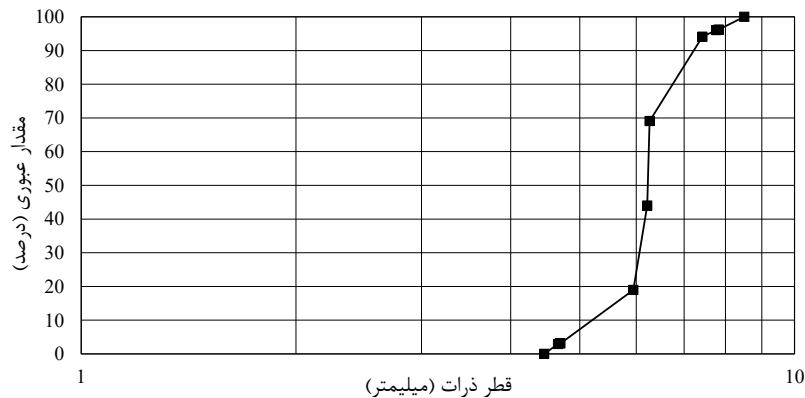
که هیچ‌گونه تماسی بین دانه‌های همسایه برقرار نباشد. در پژوهش حاضر، یک نمونه دارای ۱۰۰۰ دانه چندگوشه شامل نه نوع دانه با هندسه اختیاری تولید شد. در بسیاری از پژوهش‌های عددی پیشین، مانند مراجع [۶، ۴۶، ۴۹، ۵۰] از حدود ۱۰۰۰ دانه برای شبیه‌سازی استفاده شده بود. هندسه دانه‌ها در شکل ۵ نشان داده شده است. لازم به ذکر است که ابعاد نشان داده شده در شکل ۵ بر حسب میلی‌متر است و دانه‌های مورد استفاده در شبیه‌سازی با مقیاس یک، ۰/۸ و ۰/۶ نسبت به ابعاد نشان داده شده در شکل، انتخاب شدند.

شکل ۶، منحنی دانه‌بندی نمونه تولید شده را نمایش می‌دهد. ضریب یکنواختی نمونه برابر با ۱/۳۵ و ضریب خمیدگی آن ۱/۲ است. حداقل و حداکثر قطر دانه‌ها به ترتیب ۴/۵ و ۷/۸ میلی‌متر است. نسبت قطر نمونه به بزرگترین قطر دانه‌ها حدود ۱۰ است که مقدار حداقل شش برابر، مشابه آزمون سه‌محوری طبق استاندارد ASTM [۵۲] و ۱۰ برابر، مشابه آزمون برش مستقیم، طبق استاندارد ASTM [۵۳] را برآورده می‌کند.

پس از پخش دانه‌ها در فضای نمونه، نمونه در هر دو جهت متراکم



شکل ۵. شکل سه نوع دانه به کارگرفته شده در شبیه‌سازی، ابعاد به میلی‌متر است.
Fig. 5. The shape of three types of particles used in the simulations. Dimension is in mm



شکل ۶. منحنی دانه‌بندی نمونه در شبیه‌سازی
Fig. 6. The grading curve of sample in the simulation

نفوذپذیری محیط خاک در نظر گرفته می‌شوند. برای تعیین نفوذپذیری نمونه دانه‌ای از رابطه ارائه شده توسط چاپوس [۵۹] بصورت رابطه (۶) استفاده شد:

$$k = 2.4622 \left(D_{10}^2 \frac{e^3}{1+e} \right)^{0.7825} \quad (6)$$

در این رابطه k نفوذپذیری نمونه بر حسب سانتیمتر بر ثانیه، e نسبت تخلخل نمونه و D_{10} قطری از دانه‌ها بر حسب میلی‌متر است که ۱۰ درصد دانه‌ها از آن کوچکترند. در برخی از پژوهش‌ها مانند مراجع [۶۰، ۶۱] از این رابطه برای تعیین نفوذپذیری در شبیه‌سازی دوبعدی استفاده شده است. با در نظر گرفتن نسبت تخلخل ۰/۲۵ برای نمونه، مقدار نفوذپذیری برابر با ۰/۸۸ سانتی‌متر بر ثانیه به دست آمد. برای تعیین قطر استوانه (d)، از رابطه ارائه شده توسط روتنبرگ و ماتیس [۴۷] استفاده شده است:

$$k = \frac{\pi d^4}{256\mu} z \bar{L} m_v \quad (7)$$

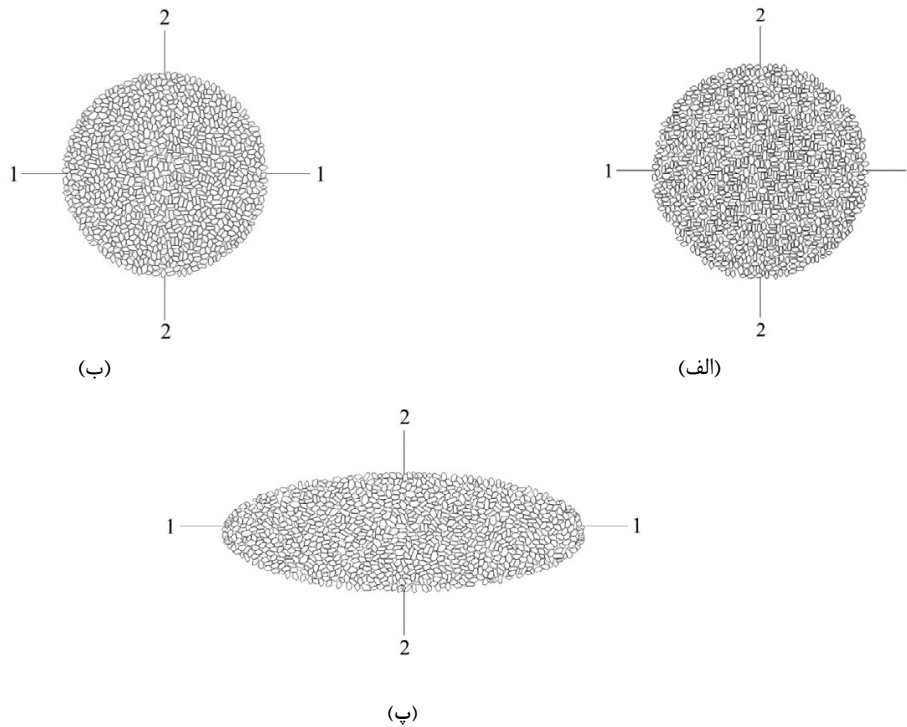
که در آن، k نفوذپذیری خاک، d قطر استوانه، μ گرانیوی آب، \bar{L} میانگین طول استوانه‌های موجود در نمونه که برابر با ۳/۲۵

و مماسی بصورت مساوی و برابر با ۲۰۰ مگانیوتن بر متر انتخاب شد. مقدار میرایی‌ها تأثیری در نتایج کلی شبیه‌سازی ندارد و فقط روی تعداد چرخه لازم برای رسیدن نمونه به تعادل، تأثیر می‌گذارد [۲۴، ۵۸]. لازم به ذکر است که در شبیه‌سازی پژوهش حاضر، از قانون تماسی خطی مشابه پژوهش میرقاسمی و همکاران [۲۵] استفاده شد و چسبندگی بین دانه‌ها برابر با صفر فرض شده است. همچنین حد نزدیک شدن دانه‌ها برای ایجاد نیروی بین ذره‌ای، ۰/۰۱ میلی‌متر انتخاب شده است.

۴- راستی آزمایشی روش استوانه‌ای در شبیه‌سازی رفتار زه‌کشی نشده

جهت راستی‌آزمایی روش استوانه، نمونه ساخته شده تحت شرایط زه‌کشی‌نشده به دو روش حجم ثابت و استوانه، بارگذاری شد و نتایج با یکدیگر مقایسه گردید. همچنین برای بررسی تأثیر سختی آب در پاسخ‌های روش استوانه، شبیه‌سازی دیگری با آب سخت انجام شد و نتایج مقایسه گردید.

در روش استوانه، خصوصیات سیال و قطر استوانه به عنوان



شکل ۷. نمایش نمونه در مراحل (الف) - تولید و پخش دانه‌ها، (ب) - اعمال تنش همه‌جانبه و (پ) - اعمال تنش انحرافی
 Fig. 7. Presentation of a sample in the stages of (a) generating and spreading the particles, (b) applying confining pressure and (c) applying deviatoric stress

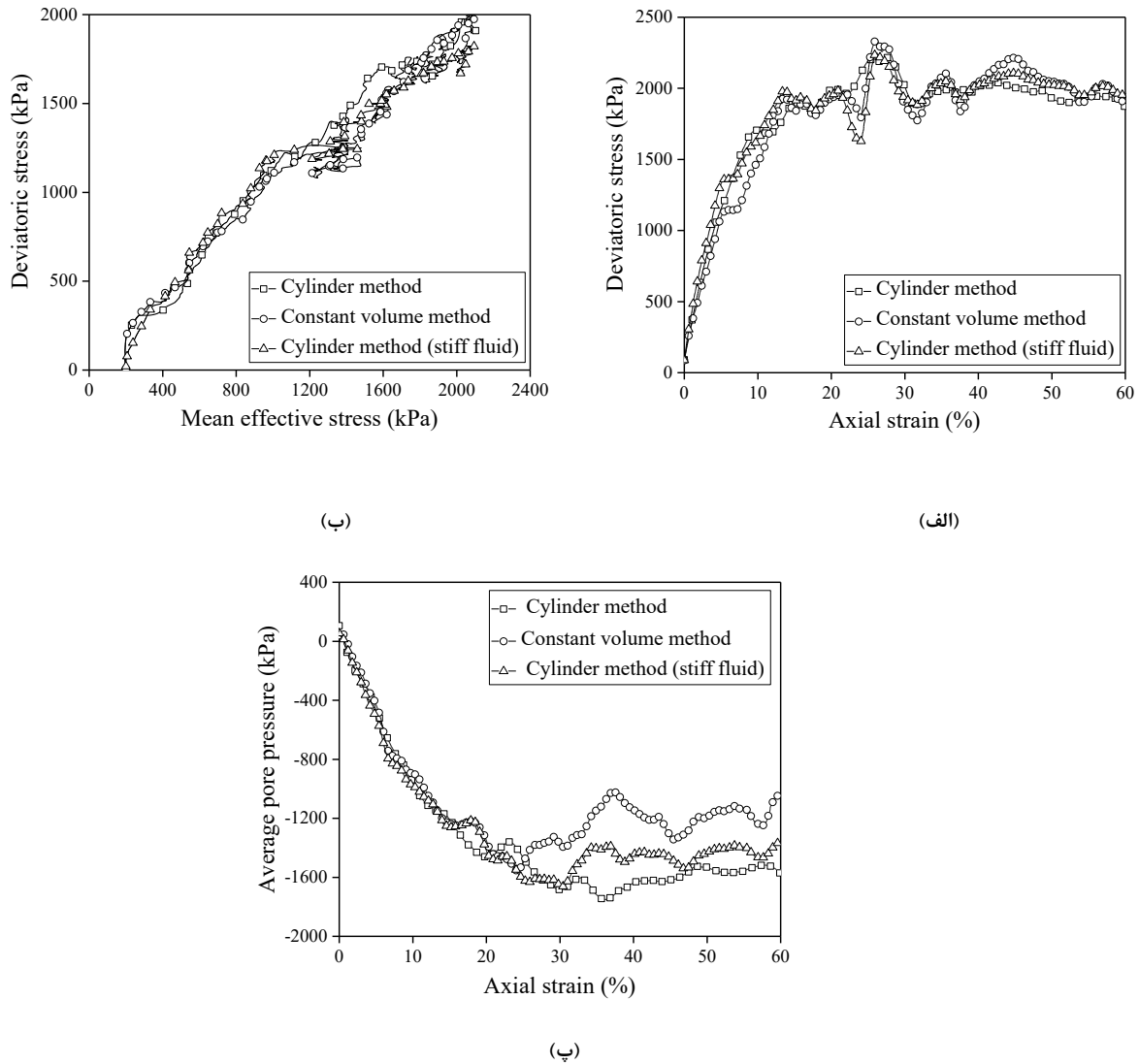
جدول ۱. مشخصات ماسه شبیه‌سازی شده
 Table 1. Specifications of simulated sand

۲۵۰۰	وزن مخصوص دانه‌ها (kg/m^3)
۰/۵	ثابت اصطکاک بین دانه‌ای
۲×۱۰^۸	سختی نرمال و مماسی (N/m)
۰/۶	گام زمانی (μs)
۵۵۰	میرایی تماسی و چرخشی
۰/۰۰۵	نرخ کرنش محوری

گیگاپاسکال فرض شد تا تأثیر سختی آب در نتایج روش استوانه بررسی شود. به منظور بررسی بیشتر، تحلیل‌ها در دو نمونه متراکم با نسبت تخلخل ۰/۲۵۶ و نیمه‌متراکم با نسبت تخلخل ۰/۳۳۲ در تنش همه‌جانبه ۲۰۰ کیلوپاسکال انجام شد.

شکل ۸، نمودار تنش انحرافی و فشار آب حفره‌ای میانگین در مقابل کرنش محوری و همچنین مسیر تنش بارگذاری حاصل از هر دو روش استوانه و حجم ثابت در تنش همه‌جانبه ۲۰۰ کیلوپاسکال در نمونه متراکم را نشان می‌دهد. تنش انحرافی از تفاضل دو مولفه

میلی‌متر و m_p مجموع طول تمام استوانه‌های موجود در نمونه تقسیم بر مساحت نمونه است که برابر با ۶۰ بر متر است. همچنین Z عدد ثابتی کوچکتر از یک است که بر اساس یافته‌های روتنبرگ و ماتیاس [۴۷] در این پژوهش ۰/۹ در نظر گرفته شد. براساس رابطه (۶) و (۷)، اندازه قطر استوانه (d) ۴۵۰ میکرومتر حاصل شد. بنابراین در شبیه‌سازی‌ها به روش استوانه، قطر استوانه برابر با ۴۵۰ میکرومتر فرض شد. همچنین گرانشی آب برابر با ۰/۰۰۱ پاسکال ثانیه و مدول حجمی آب در یک نمونه، ۲ گیگاپاسکال و در نمونه‌ای دیگر ۱۰



شکل ۸. مقایسه نتایج تحلیل با روش های حجم ثابت و استوانه در تنش همه جانبه ۲۰۰ کیلو پاسکال در نمونه متراکم، برحسب (الف): تغییرات تنش انحرافی (ب): مسیر تنش بارگذاری و (پ): تغییرات فشار آب حفره ای میانگین در مقابل کرنش محوری

Fig. 8. Comparison of simulation results with constant volume and cylinder methods at the confining pressure of 200 kPa in the dense sample in terms of (a) variations of deviatoric stress, (b) stress path and (c) average pore pressure versus axial strain

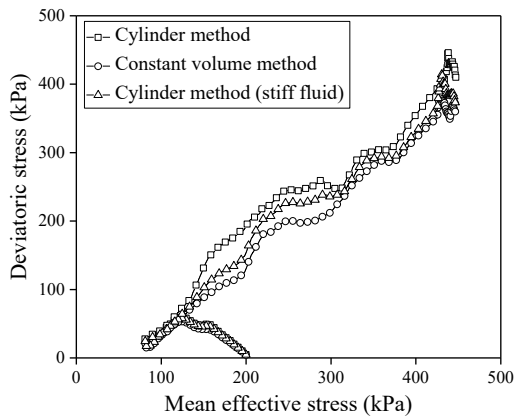
همه جانبه در مسیرهای تنش زه کشی شده و زه کشی نشده به دست آمد. همان طور که در شکل ۸ مشاهده می شود، نتایج حاصل از روش استوانه مطابقت خوبی با نتایج روش حجم ثابت دارد و هر دو تحلیل روند یکسانی نشان می دهند.

شکل ۹، نمودار تنش انحرافی و فشار آب حفره ای میانگین در مقابل کرنش محوری و همچنین مسیر تنش بارگذاری حاصل از هر دو روش استوانه و حجم ثابت در تنش همه جانبه ۲۰۰ کیلو پاسکال در نمونه نیمه متراکم را نشان می دهد. مطابق شکل ۹، روند نمودارهای

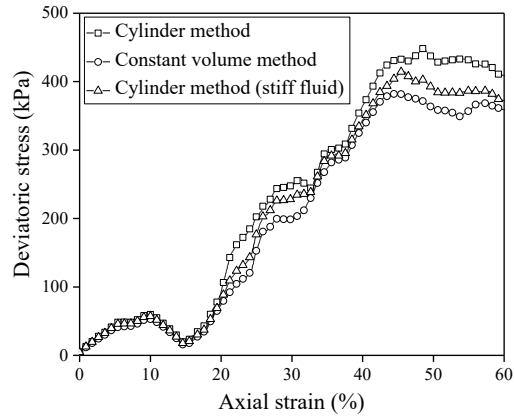
تنش در راستای قائم از تنش در راستای افقی حاصل شد. فشار آب حفره ای متوسط در روش استوانه $u_{average}$ ، به کمک میانگین وزنی از رابطه (۸) حاصل شده است.

$$u_{average} = \frac{\sum_{i=1}^m u_i \times A_i}{\sum_{i=1}^m A_i} \quad (8)$$

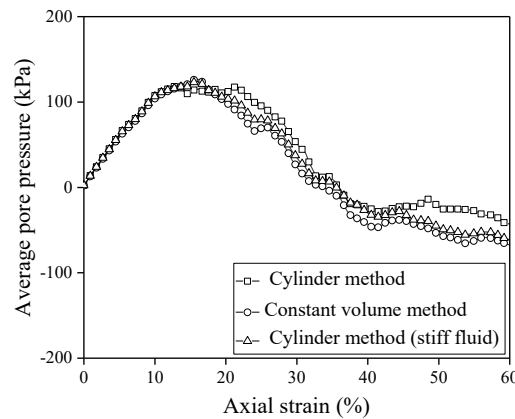
که در آن، u_i فشار آب کل در هر حفره و A_i مساحت هر حفره، i شماره حفره و m تعداد کل حفره ها در نمونه است. شایان ذکر است فشار آب حفره ای فرضی در روش حجم ثابت، از تفاضل مقدار تنش



(ب)



(الف)



(پ)

شکل ۹. مقایسه نتایج تحلیل با روش های حجم ثابت و استوانه در تنش همه جانبه ۲۰۰ کیلوپاسکال در نمونه نیمه متراکم، بر حسب (الف): تغییرات تنش انحرافی، (ب): مسیر تنش بارگذاری و (پ): تغییرات فشار آب حفره ای میانگین در مقابل کرنش محوری

Fig. 9. Comparison of simulation results with constant volume and cylinder methods at the confining pressure of 200 kPa in the medium-dense sample in terms of (a) variations of deviatoric stress, (b) stress path and (c) average pore pressure versus axial strain

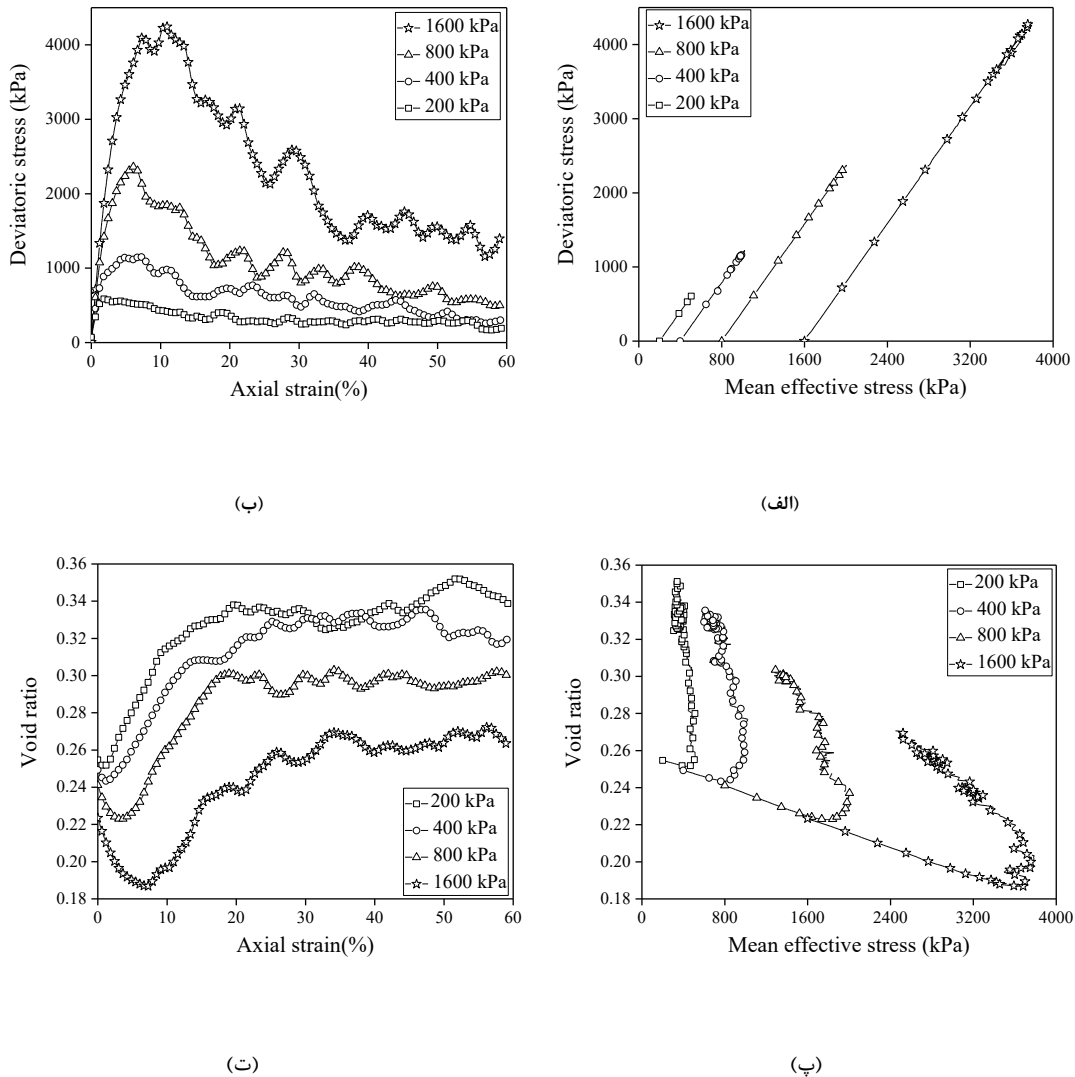
سختی آب در روش استوانه، مقدار فشار آب حفره ای میانگین و تنش انحرافی به مقدار فشار آب و تنش انحرافی حاصل از روش حجم ثابت نزدیک تر می شود که در پژوهش شفیع پور و سروش [۴۵] هم نتیجه مشابهی دیده شد. دلیل این امر، کاهش تغییر حجم نمونه با افزایش سختی آب است.

۵- مطالعه رفتار زه کشی شده و زه کشی نشده خاک

در این بخش، نتایج حاصل از شبیه سازی های زه کشی شده و زه کشی نشده به کمک روش استوانه با سختی آب برابر با $B_w = 2 \text{ GPa}$

حاصل از دو تحلیل حجم ثابت و استوانه مشابه یکدیگر است و نتایج با هم مطابقت دارند.

دلیل اختلاف اندک بین نتایج دو روش در شکل های ۸ و ۹، محاسبه فشار آب حفره ای در روش استوانه به صورت میانگین وزنی از رابطه (۸) و همچنین امکان تغییر حجم حفره ها در روش استوانه، به سبب ورود و خروج آب از حفره ها، مطابق رابطه (۵) است. لازم به ذکر است که در بعضی از پژوهش ها هم مانند مراجع [۴۴، ۴۶] بین نتایج حاصل از روش حجم ثابت و روش هیدرومکانیکی تفاوت وجود دارد، اما روند پاسخ ها یکسان است. براساس شکل های ۸ و ۹، با افزایش



شکل ۱۰. اثر سطح تنش همه‌جانبه بر رفتار مقاومتی خاک در تحلیل زه‌کشی شده بر حسب (الف): تغییرات تنش انحرافی در مقابل تنش مؤثر متوسط، (ب): تغییرات تنش انحرافی در مقابل کرنش محوری، (پ): تغییرات نسبت تخلخل در مقابل تنش مؤثر متوسط و (ت): تغییرات نسبت تخلخل در مقابل کرنش محوری

Fig. 10. Effect of confining pressure on soil strength behavior in drained simulation in terms of (a) deviatoric stress versus mean effective stress, (b) deviatoric stress versus axial strain, (c) void ratio versus mean effective stress and (d) void ratio versus axial strain

کیلوپاسکال انجام شد. مقدار نسبت تخلخل نمونه‌ها در انتهای مرحله اعمال تنش همه‌جانبه در جدول ۲ آمده است.

پس از اعمال تنش همه‌جانبه، نمونه‌ها تحت آزمون فشاری دو محوری قرار گرفتند. شکل ۱۰ نمودار تنش انحرافی و نسبت تخلخل در مقابل کرنش محوری را برای تحلیل زه‌کشی شده نشان می‌دهد. همان‌طور که در شکل ۱۰ مشاهده می‌شود، در تحلیل زه‌کشی شده، با افزایش سطح تنش همه‌جانبه، مقدار تنش انحرافی و تمایل به تراکم در نمونه زیاد می‌شود. همچنین مقدار تنش انحرافی و نسبت تخلخل، در کرنش‌های بزرگ به مقدار نسبتاً ثابتی رسیده است. بنابراین در

و همچنین روش حجم ثابت برای نمونه‌ای با مشخصات شرح داده شده در بخش ۳ ارائه می‌شود. لازم به ذکر است که برای بررسی موقعیت خط حالت بحرانی، تحلیل‌ها تا کرنش محوری حدود ۶۰ درصد انجام شده‌اند.

۵-۱- اثر سطح تنش همه‌جانبه بر رفتار مقاومتی

برای بررسی تأثیر سطح تنش همه‌جانبه بر رفتار مقاومتی ماسه متراکم، نمونه‌ها تحت تنش‌های همه‌جانبه ۲۰۰، ۴۰۰، ۸۰۰ و ۱۶۰۰ کیلوپاسکال تحکیم شدند. همچنین برای بررسی رفتار مقاومتی ماسه نیمه‌متراکم، دو شبیه‌سازی در تنش‌های همه‌جانبه ۲۰۰ و ۸۰۰

جدول ۲. مقدار نسبت تخلخل نمونه‌های متراکم و نیمه‌متراکم در پایان مرحله اعمال تنش همه‌جانبه
Table 2. Void ratio values of dense and medium-dense samples at the end of applying confining pressure

نسبت تخلخل نمونه		تنش همه‌جانبه (کیلوپاسکال)
نمونه نیمه‌متراکم	نمونه متراکم	
۰/۳۳۲	۰/۲۵۶	۲۰۰
-	۰/۲۵۱	۴۰۰
۰/۳۰۵	۰/۲۴۲	۸۰۰
-	۰/۲۲۵	۱۶۰۰

بیشتر می‌شود. در شبیه‌سازی رفتار زه کشی‌نشده به روش استوانه هم تحلیل‌ها تا کرنش ۶۰ درصد ادامه یافت و مقدار تنش انحرافی و فشار آب حفره‌ای میانگین نسبتاً ثابت شد. بنابراین در کرنش‌های بزرگ، خاک به حالت بحرانی رسیده است.

شکل ۱۴ تغییرات تنش انحرافی و فشار آب حفره‌ای میانگین در مقابل کرنش محوری و همچنین مسیر تنش بارگذاری، در نمونه نیمه‌متراکم به روش استوانه را نشان می‌دهد. مطابق شکل ۱۴، با بزرگ شدن سطح تنش همه‌جانبه، تنش انحرافی و فشار آب حفره‌ای بیشتر می‌شود.

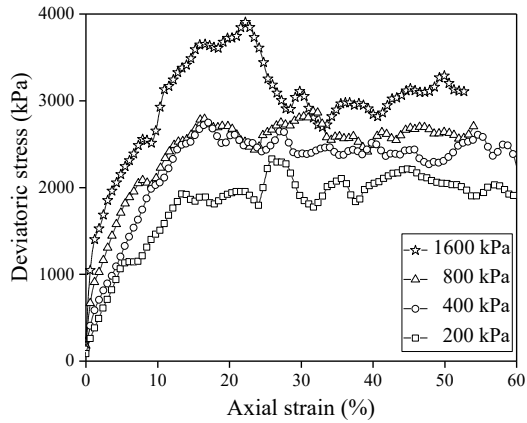
۲-۵- موقعیت خط حالت بحرانی خاک

با توجه به نتایج ارائه شده در بخش (۵-۱)، شکل ۱۵، موقعیت خط حالت بحرانی حاصل از شبیه‌سازی‌های زه کشی‌شده و زه کشی‌نشده به روش حجم ثابت، در صفحه‌های مختلف تنش انحرافی- تنش مؤثر متوسط، نسبت تخلخل- لگاریتم تنش مؤثر متوسط و همچنین خط حالت بحرانی حاصل از رابطه (۱) که توسط لی و ونگ [۱۲] ارائه شده است را نشان می‌دهد. همان‌طور که در شکل ۱۵-الف مشاهده می‌شود، خط حالت بحرانی در صفحه نسبت تخلخل- لگاریتم تنش مؤثر در تنش‌های بزرگ، خط مستقیم نیست و به صورت غیرخطی است که در بسیاری از پژوهش‌های پیشین، مانند مراجع [۴-۶، ۱۱-۱۵] هم نتایج مشابهی مشاهده شد. شکل ۱۵-ب، موقعیت خط حالت بحرانی مطابق رابطه (۱) را نشان می‌دهد که به صورت خط مستقیم نمایش داده شده است. برای آن‌که رابطه (۱) به صورت خطی حاصل شود، مقدار α برابر با یک به دست آمد. شکل ۱۵-پ، خط حالت بحرانی حاصل از هر دو تحلیل زه کشی‌شده و زه کشی‌نشده به روش حجم ثابت، در صفحه تنش انحرافی- تنش مؤثر متوسط را نشان می‌دهد که مطابق آن، با افزایش تنش مؤثر متوسط، مقدار تنش

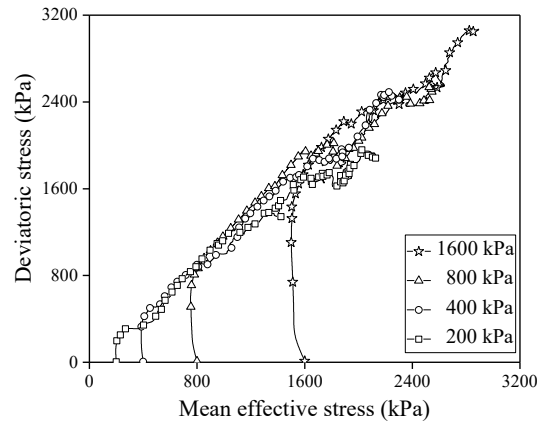
انتهای بارگذاری، می‌توان خاک را در وضعیت حالت بحرانی دانست. رفتار مقاومتی خاک در نمونه متراکم، برای تحلیل زه کشی‌نشده به روش حجم ثابت در شکل ۱۱ نشان داده شده است. همان‌طور که در شکل ۱۱ مشاهده می‌شود، با افزایش سطح تنش همه‌جانبه، تنش انحرافی در تحلیل زه کشی‌نشده بیشتر می‌شود. همچنین با بزرگ شدن تنش همه‌جانبه، فشار آب حفره‌ای افزایش می‌یابد که نشان‌دهنده تمایل بیشتر نمونه به تراکم است. مطابق شکل ۱۱، تحلیل‌ها تا کرنش حدوداً ۶۰ درصد ادامه یافته و مقدار تنش انحرافی و فشار آب حفره‌ای، در کرنش‌های بزرگ به مقدار نسبتاً ثابتی رسیده است. بنابراین در انتهای بارگذاری، می‌توان خاک را در وضعیت حالت بحرانی دانست. مقدار نسبت تخلخل تا انتهای بارگذاری ثابت مانده است که نشان‌دهنده صحت فرضیه‌های روش حجم ثابت است. لازم به ذکر است که مقدار نسبت تخلخل در حالت بحرانی در شکل ۱۱-پ با علامت ستاره در هر سطح تنش مشخص شده است.

شکل ۱۲ رفتار مقاومتی خاک، برای تحلیل زه کشی‌نشده به روش حجم ثابت برای نمونه نیمه‌متراکم را نشان می‌دهد. مطابق شکل ۱۲، با افزایش سطح تنش همه‌جانبه، تنش انحرافی و فشار آب حفره‌ای در تحلیل زه کشی‌نشده بیشتر می‌شود. تحلیل تا رسیدن به حالت نهایی انجام شده است و مقدار نسبت تخلخل تا انتهای بارگذاری ثابت مانده است. مقدار نسبت تخلخل در حالت بحرانی در شکل ۱۲-پ با علامت ستاره در هر سطح تنش مشخص شده است.

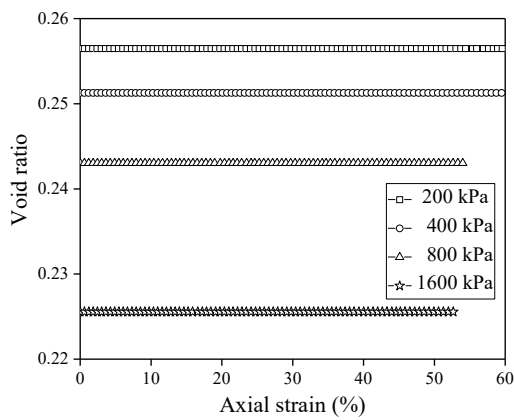
شکل ۱۳ تغییرات تنش انحرافی و فشار آب حفره‌ای میانگین در مقابل کرنش محوری و همچنین مسیر تنش بارگذاری، به روش استوانه در نمونه متراکم را نشان می‌دهد. مطابق شکل ۱۳، همانند تحلیل زه کشی‌نشده به روش حجم ثابت، در تحلیل به روش استوانه، با بزرگ شدن سطح تنش همه‌جانبه، تنش انحرافی و فشار آب حفره‌ای



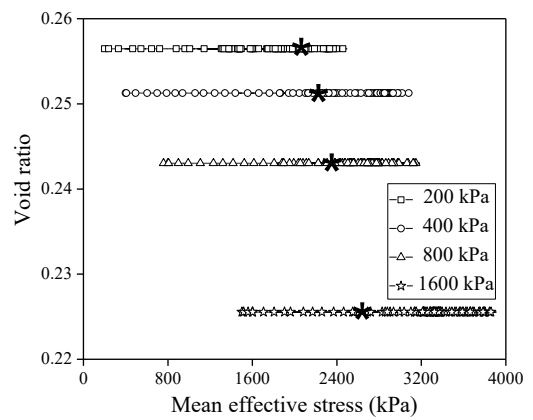
(ب)



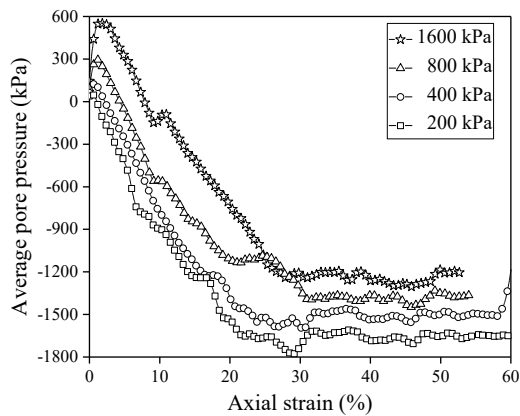
(ف)



(ت)



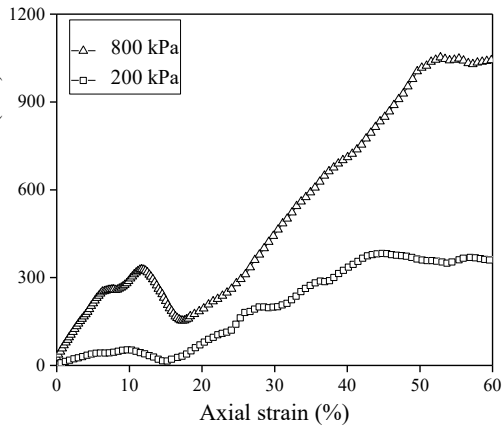
(پ)



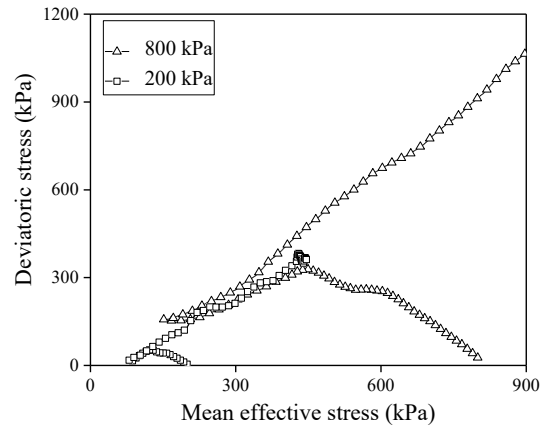
(ث)

شکل ۱۱. اثر سطح تنش هم‌جانبه بر رفتار مقاومتی خاک متراکم در تحلیل زهکشی نشده به روش حجم ثابت، بر حسب (الف): تغییرات تنش انحرافی در مقابل تنش مؤثر متوسط، (ب): تغییرات تنش انحرافی در مقابل کرنش محوری، (پ): تغییرات نسبت تخلخل در مقابل تنش مؤثر متوسط، (ت): تغییرات نسبت تخلخل در مقابل کرنش محوری و (ث): تغییرات فشار آب حفره‌ای در مقابل کرنش محوری

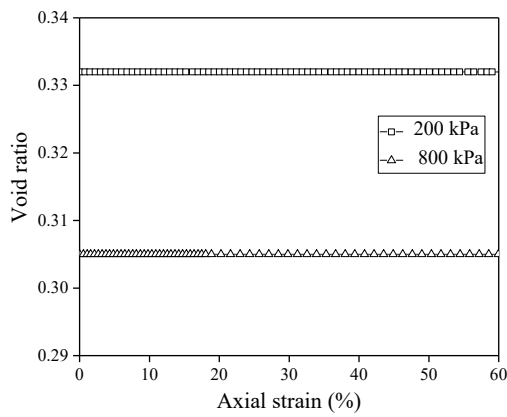
Fig. 11. Effect of confining pressure on the strength behavior of dense soil in undrained simulation with constant volume method in terms of (a) deviatoric stress versus mean effective stress, (b) deviatoric stress versus axial strain, (c) void ratio versus mean effective stress, (d) void ratio versus axial strain and (e) pore pressure versus axial strain



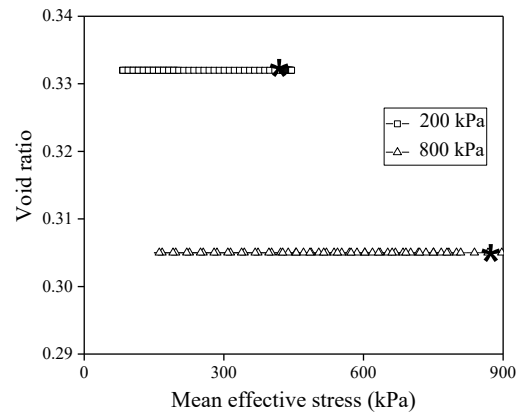
(ب)



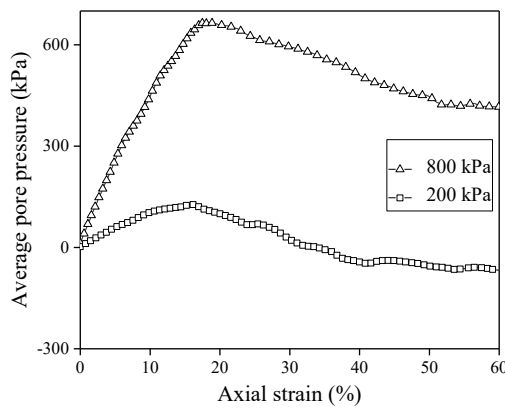
(الف)



(پ)



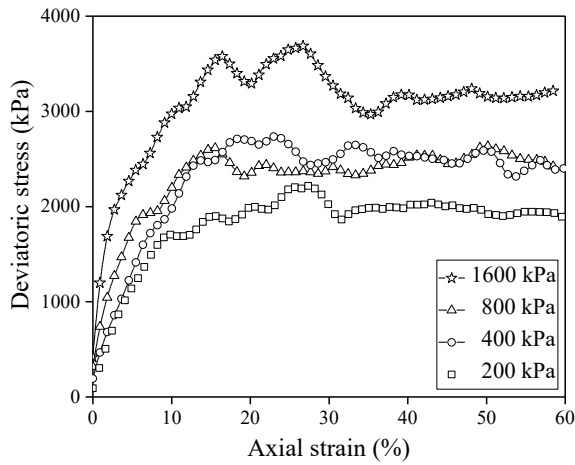
(ت)



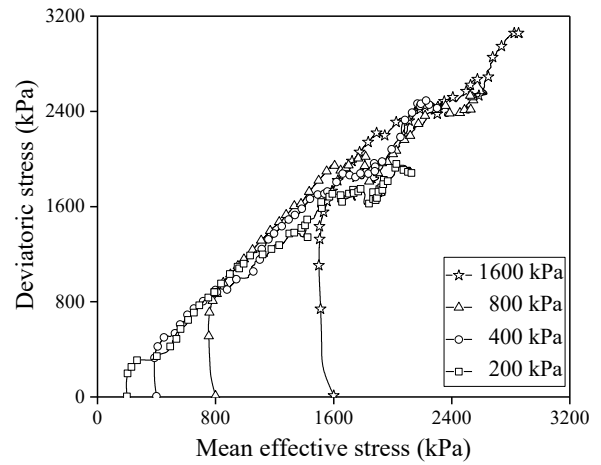
(ث)

شکل ۱۲. اثر سطح تنش هم‌جانبه بر رفتار مقاومتی خاک نیمه‌تراکم در تحلیل زهکشی نشده به روش حجم ثابت، بر حسب (الف): تغییرات تنش انحرافی در مقابل تنش مؤثر متوسط، (ب): تغییرات تنش انحرافی در مقابل کرنش محوری، (پ): تغییرات نسبت تخلخل در مقابل تنش مؤثر متوسط، (ت): تغییرات نسبت تخلخل در مقابل کرنش محوری و (ث): تغییرات فشار آب حفره‌ای در مقابل کرنش محوری

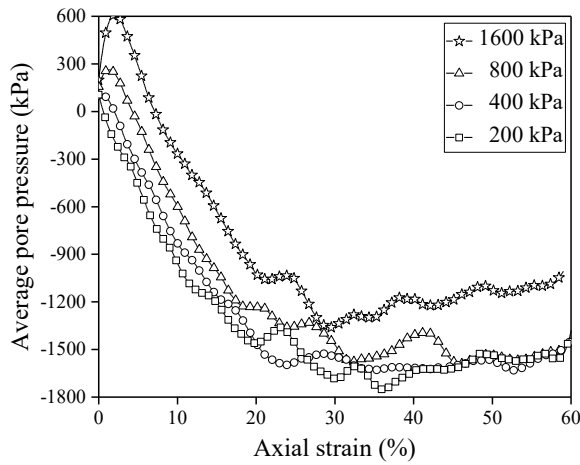
Fig. 12. Effect of confining pressure on the strength behavior of medium-dense soil in undrained simulation with constant volume method in terms of (a) deviatoric stress versus mean effective stress, (b) deviatoric stress versus axial strain, (c) void ratio versus mean effective stress, (d) void ratio versus axial strain and (e) pore pressure versus axial strain



(ب)



(الف)

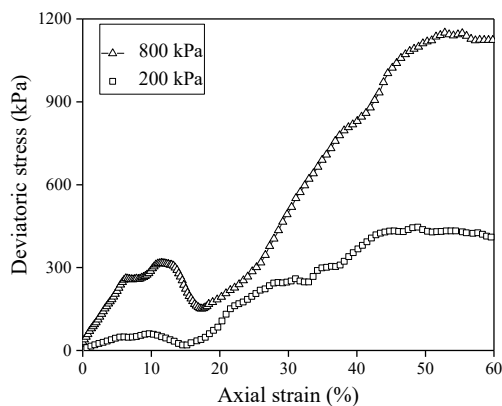


(پ)

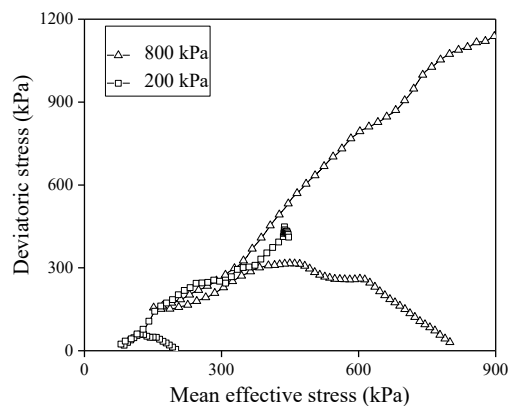
شکل ۱۳. اثر سطح تنش همه‌جانبه بر رفتار مقاومتی خاک در تحلیل زه‌کشی نشده در نمونه متراکم، به روش استوانه، بر حسب (الف): تغییرات تنش انحرافی، (ب): مسیر تنش بارگذاری و (پ): تغییرات فشار آب حفره‌ای در مقابل کرنش محوری
 Fig. 13. Effect of confining pressure on the strength behavior of dense soil in undrained simulation with cylinder method in terms of (a) deviatoric stress, (b) stress path and (c) pore pressure versus axial strain

جدول ۳. پارامترهای خط حالت بحرانی براساس رابطه (۱) و (۲) برای نمونه‌های شبیه‌سازی شده
 Table 3. Critical state line parameters according to Eqs (1) and (2) for simulated samples

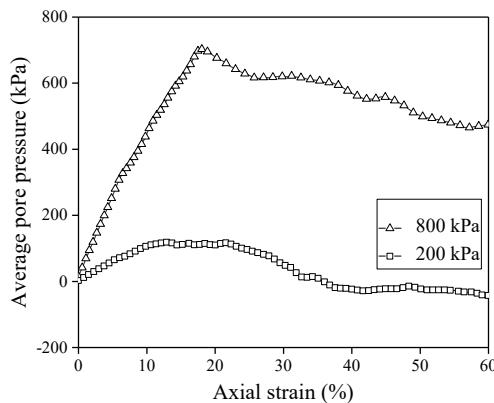
پارامترهای خط حالت بحرانی	در تحلیل‌های زه‌کشی شده و زه‌کشی نشده (شکل ۱۵)	در تحلیل‌های زه‌کشی شده و زه‌کشی نشده (شکل ۱۶)	در تحلیل‌های زه‌کشی شده و زه‌کشی نشده (شکل ۱۷)
e_r	۰/۳۵۱۶	۰/۳۵۳۳	۰/۳۵۲۵
λ	۰/۰۰۰۰۴	۰/۰۰۰۰۴	۰/۰۰۰۰۴
α	۱	۱	۱
M	۰/۹۳۲۵	۰/۹۳۶۲	۰/۹۳۴۴



(ب)



(الف)



(پ)

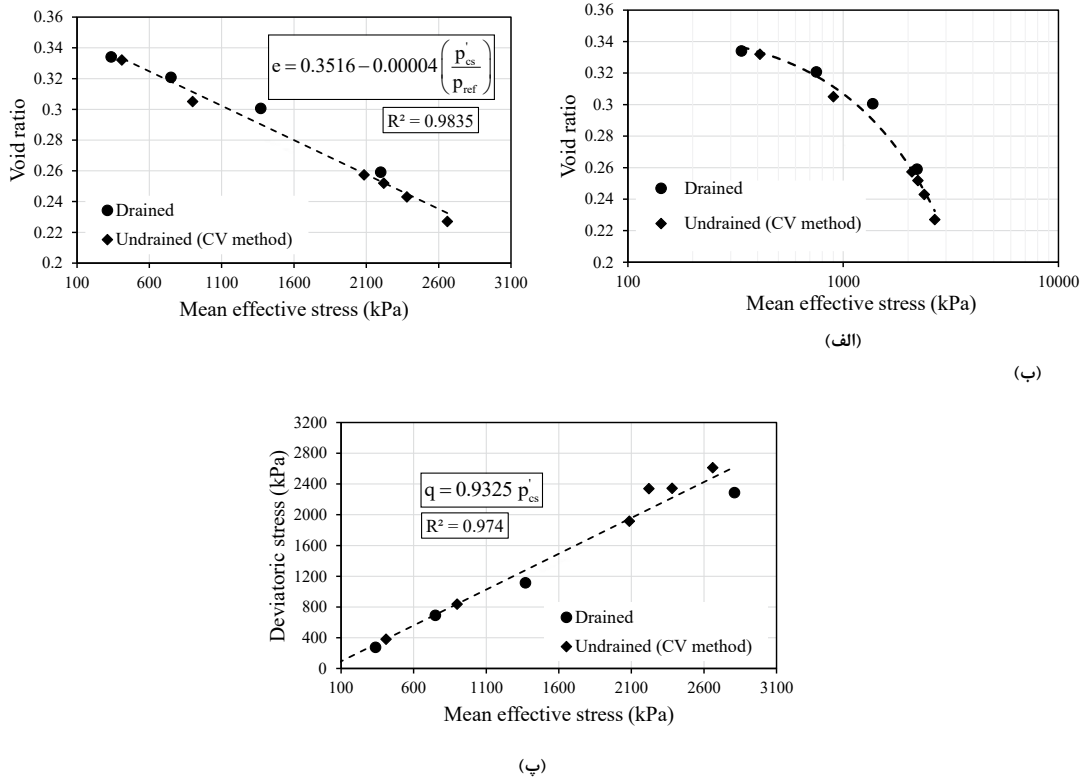
شکل ۱۴. اثر سطح تنش همه‌جانبه بر رفتار مقاومتی خاک در تحلیل زهکشی‌نشده در نمونه نیمه‌متراکم، به روش استوانه، بر حسب (الف): تغییرات تنش انحرافی، (ب): مسیر تنش بارگذاری و (پ): تغییرات فشار آب حفره‌ای در مقابل کرنش محوری

Fig. 14. Effect of confining pressure on the strength behavior of medium-dense soil in undrained simulation with cylinder method in terms of (a) deviatoric stress, (b) stress path and (c) pore pressure versus axial strain

صفحه نسبت تخلخل - تنش مؤثر متوسط، مطابق رابطه (۱) در شکل ۱۶-ب نشان داده شده است که مطابق آن، با فرض مقدار α برابر با یک، خط حالت بحرانی به صورت خط مستقیم حاصل شده است. شکل ۱۶-پ، خط حالت بحرانی در صفحه تنش انحرافی - تنش مؤثر متوسط را به صورت خط مستقیم نمایش می‌دهد که براساس آن، با افزایش تنش مؤثر متوسط، تنش انحرافی زیاد می‌شود. به منظور بررسی تأثیر سختی آب در روش استوانه بر موقعیت خط حالت بحرانی، با استفاده از نتایج تحلیل‌های زه‌کشی‌شده و همچنین تحلیل استوانه با فرض سختی بزرگ آب برابر با $B_w = 10 \text{ GPa}$ ، خط حالت بحرانی بدست آمده است که در شکل ۱۷ نشان داده شده است.

انحرافی در حالت بحرانی افزایش می‌یابد.

شکل ۱۶، موقعیت خط حالت بحرانی حاصل از شبیه‌سازی‌های زه‌کشی‌شده و زه‌کشی‌نشده به روش استوانه، در صفحه تنش انحرافی - تنش مؤثر متوسط، نسبت تخلخل - لگاریتم تنش مؤثر متوسط و همچنین خط حالت بحرانی حاصل از رابطه (۱) که توسط لی و ونگ [۱۲] ارائه شده است را نشان می‌دهد. مطابق شکل ۱۶، پاسخ‌های روش استوانه در کرنش‌های بزرگ، منطبق بر پاسخ‌های حاصل از تحلیل زه‌کشی‌شده است. بر اساس شکل ۱۶-الف، خط حالت بحرانی در صفحه نسبت تخلخل - لگاریتم تنش مؤثر در تنش‌های بزرگ، همانند شکل ۱۵ به صورت غیرخطی است. خط حالت بحرانی در



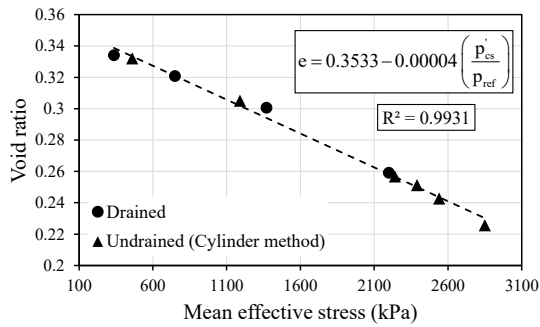
شکل ۱۵: موقعیت خط حالت بحرانی حاصل از تحلیل‌های زهکشی‌شده و زهکشی‌نشده به روش حجم ثابت، (الف): در صفحه نسبت تخلخل- لگاریتم تنش مؤثر متوسط، (ب): مطابق رابطه (۱) و (پ): در صفحه تنش انحرافی- تنش مؤثر متوسط

Fig. 15. The locus of critical state line obtained from drained and constant volume method undrained simulations (a) in the plane of void ratio- mean effective stress logarithm, (b) based on Eq (1) and (c) in the plane of deviatoric stress- mean effective stress

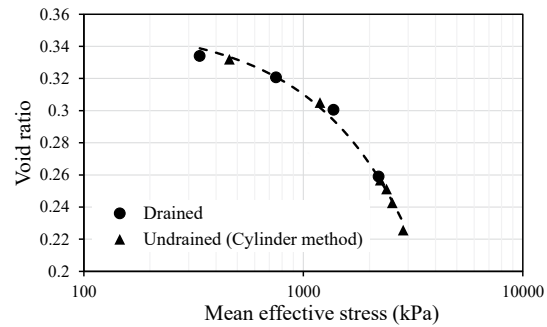
شده‌اند. مطابق جدول ۳، پارامترهای حالت بحرانی حاصل از تحلیل‌های زه‌کشی‌شده و زه‌کشی‌نشده به روش استوانه با فرض آب سخت (شکل ۱۷)، بین مقادیر پارامترهای حالت بحرانی حاصل از تحلیل‌های زه‌کشی‌شده و زه‌کشی‌نشده به روش حجم ثابت (شکل ۱۵) و همچنین زه‌کشی‌شده و زه‌کشی‌نشده به روش استوانه با فرض آب با سختی کم (شکل ۱۶) است. بنابراین با افزایش سختی آب در روش استوانه، پاسخ‌ها به نتایج حاصل از روش حجم ثابت نزدیک‌تر می‌شود. پارامترهای حالت بحرانی در شکل‌های ۱۵ تا ۱۷، بسیار به هم نزدیک هستند و اختلاف خیلی کمی باهم دارند. بنابراین می‌توان گفت که خط حالت بحرانی حاصل از هر سه تحلیل زه‌کشی‌شده، زه‌کشی‌نشده به روش حجم ثابت و زه‌کشی‌نشده به روش استوانه نزدیک به یکدیگر است و اختلاف بسیار کمی دارد. به عبارت دیگر، مطابق هر یک از شکل‌های ۱۵ تا ۱۷، مسیر تنش بارگذاری، تأثیری در موقعیت خط حالت بحرانی ندارد و روش شبیه‌سازی رفتار زه‌کشی‌نشده

مطابق شکل ۱۷-الف، همانند شکل‌های ۱۵ و ۱۶، خط حالت بحرانی در صفحه نسبت تخلخل- لگاریتم تنش مؤثر در تنش‌های بزرگ، غیرخطی است. موقعیت خط حالت بحرانی، مطابق رابطه (۱) در شکل ۱۷-ب، با فرض مقدار α برابر با یک و همچنین در صفحه تنش انحرافی- تنش مؤثر متوسط در شکل ۱۷-پ نشان داده شده است. همانند شکل‌های ۱۵ و ۱۶، با افزایش تنش مؤثر متوسط، در حالت بحرانی، تنش انحرافی افزایش و نسبت تخلخل کاهش می‌یابد.

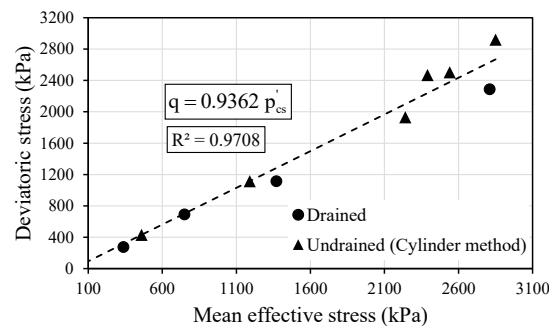
پارامترهای خط حالت بحرانی براساس رابطه (۱) و (۲) برای نمونه شبیه‌سازی شده در تحلیل‌های زه‌کشی‌شده و حجم ثابت (شکل ۱۵)، زه‌کشی‌شده و زه‌کشی‌نشده به روش استوانه (شکل ۱۶) و همچنین زه‌کشی‌شده و زه‌کشی‌نشده به روش استوانه با فرض آب سخت (شکل ۱۷)، در جدول ۳ آمده است. به منظور مقایسه دقیق اعداد درون جدول ۳، پارامترهای M و e_p با دقت چهار رقم پس از اعشار و λ با دقت پنج رقم پس از اعشار ارائه



(ب)



(ف)



(پ)

شکل ۱۶. موقعیت خط حالت بحرانی حاصل از تحلیل‌های زهکشی‌شده و زهکشی‌نشده به روش استوانه، (الف): در صفحه نسبت تخلخل - لگاریتم تنش مؤثر متوسط، (ب): مطابق رابطه (۱) و (پ): در صفحه تنش انحرافی - تنش مؤثر متوسط

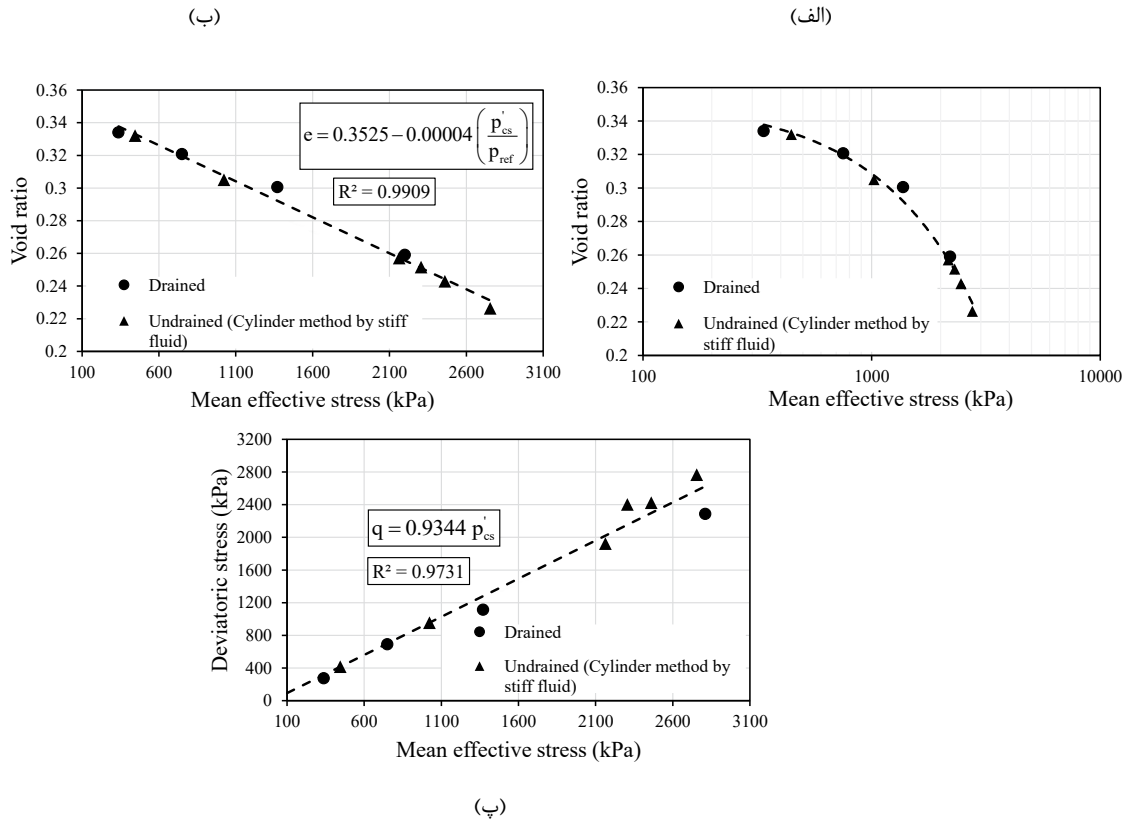
Fig. 16. The locus of critical state line obtained from drained and cylinder method undrained simulations (a) in the plane of void ratio- mean effective stress in logarithm, (b) based on Eq (1) and (c) in the plane of deviatoric stress- mean effective stress

استوانه به روش حجم ثابت نزدیک‌تر می‌شود. رفتار زه کشی‌شده و همچنین رفتار زه کشی‌نشده نمونه ماسه‌ای به کمک دو روش حجم ثابت و استوانه در سطح تنش‌های مختلف نیز بررسی شد که نتایج هر سه تحلیل نشان داد که با افزایش سطح تنش همه‌جانبه، تنش انحرافی و تمایل نمونه به تراکم بیشتر می‌شود. در بخش پایانی پژوهش، موقعیت خط حالت بحرانی حاصل از شبیه‌سازی‌های زه کشی‌شده و زه کشی‌نشده به روش حجم ثابت، زه کشی‌شده و زه کشی‌نشده به روش استوانه با فرض سختی آب برابر با $B_w=2$ GPa (آب با سختی کم) و $B_w=10$ GPa (آب با سختی زیاد) ترسیم شد که با مقایسه پارمترهای حالت بحرانی، مشخص شد که خط حالت بحرانی حاصل از هر سه تحلیل، بسیار به هم نزدیک است و اختلاف کمی دارد. بنابراین روش شبیه‌سازی رفتار زه کشی‌نشده تأثیر بسیار کمی در موقعیت خط حالت بحرانی دارد.

هم اثر بسیار کمی در موقعیت خط حالت بحرانی دارد.

۶- نتیجه‌گیری

در پژوهش حاضر، از روش اجزای مجزا جهت بررسی رفتار زه کشی‌شده و زه کشی‌نشده ماسه اشباع استفاده شد و موقعیت خط حالت بحرانی ماسه بدست آمد. دانه‌های ماسه به صورت چندگوشه و صلب در نظر گرفته شدند و از قانون تماسی خطی برای تماس بین دانه‌ها استفاده گردید. در این پژوهش، رفتار زه کشی‌نشده نمونه ماسه‌ای متراکم و نیمه‌متراکم در تنش همه‌جانبه ۲۰۰ کیلوپاسکال تا کرنش‌های زیاد، به کمک دو روش حجم ثابت و استوانه بررسی شد که نتایج هر دو روش، انطباق خوبی با یکدیگر نشان دادند. همچنین اثر سختی آب بر پاسخ روش استوانه بررسی شد که نتایج نشان داد با افزایش سختی آب، مقدار فشار آب حفره‌ای و همچنین تنش انحرافی در روش



شکل ۱۷. موقعیت خط حالت بحرانی حاصل از تحلیل های زهکشی شده و زه کشی نشده به روش استوانه با فرض سختی آب برابر با $B_w = 10 \text{ GPa}$. (الف): در صفحه نسبت تخلخل-لگاریتم تنش متوسط، (ب): براساس رابطه (۱) و (پ): در صفحه تنش انحرافی-تنش مؤثر متوسط
Fig. 17. The locus of critical state line obtained from drained and cylinder method undrained simulations by assumption of water bulk modulus $B_w = 10 \text{ GPa}$ (a) in the plane of void ratio- mean effective stress in logarithm, (b) according to Eq (1) and (c) in the plane of deviatoric stress- mean effective stress

u_1 فشار آب در حفره مورد نظر (شماره ۱)، kPa	۷- فهرست علائم
u_2 فشار آب در حفره همسایه (حفره شماره ۲)، kPa	علائم انگلیسی
ΔV_i تغییرات حجمی هر حفره، m^3	e نسبت تخلخل بحرانی
ΔV_i^β تغییر حجم حفره i ناشی از جابجایی دانه های همسایه، m^3	p'_{cs} تنش مؤثر متوسط در حالت بحرانی، kPa
n تعداد حفره های اطراف هر حفره	p_{ref} فشار اتمسفری، kPa
k نفوذپذیری نمونه، cm/s	e_T نسبت تخلخل در تنش مؤثر برابر با صفر
D_{10} قطری از دانه ها که ۱۰ درصد دانه ها از آن کوچکترند، mm	q تنش انحرافی در حالت بحرانی، kPa
\bar{L} میانگین طول استوانه های موجود در نمونه، m	M شیب خط حالت بحرانی
m_v مجموع طول تمام استوانه های موجود در نمونه تقسیم بر مساحت نمونه، 1/m	Δu_i تغییر فشار آب هر حفره نسبت به چرخه قبل، kPa
z عدد ثابت کوچکتر از یک	V_i حجم اولیه حفره i ، m^3
$u_{average}$ فشار آب حفره های متوسط، kPa	B_f مدول بالک سیال، GPa
	d قطر استوانه، m
	L طول استوانه، m
	q دبی جریان، m^3/s

(2017) 04017083.

- [11] A. Ayoubian, "Triaxial testing on very loose sands for flow liquefaction analyses", Univ. of Alberta, Edmonton, Alta, (1996).
- [12] X.S. Li, Y. Wang, "Linear representation of steady-state line for sand", Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 124 (1998).
- [13] A. Mohammadi, A. Qadimi, "Characterizing the process of liquefaction initiation in Anzali shore sand through critical state soil mechanics", Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 77 (2015) 152-163.
- [14] K. Farahmand, A. Lashkari, G. A, "Firoozkuh Sand: Introduction of a Benchmark for Geomechanical Studies", Iranian Journal of Science and Technology, Transactions of Civil Engineering, 40 (2016) 133-148.
- [15] T.T. Ng, "Discrete element method simulations of the critical state of a granular material", International Journal of Geomechanics, 9 (2009) 209-216.
- [16] F. Vahidi-Nia, A. Lashkari, S.M. Binesh, "An insight into the mechanical behavior of binary granular soils", Particuology, 21 (2015) 82-89.
- [17] G.-C. Cho, J. Dodds, C. Santamarina, "Particle shape effects on packing density, stiffness and strength: Natural and crushed sands", Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 132(5) (2006) 591-602.
- [18] A. Tsomokos, V.A. Georgiannoua, "Effect of grain shape and angularity on the undrained response of fine sands", Canadian Geotechnical Journal, 47 (2010) 539-551.
- [19] A. Borhani, K. Fakharian, "Effect of Particle Shape on Dilative Behavior and Stress Path Characteristics of Chamkhaleh Sand in Undrained Triaxial Tests", International journal of civil engineering, 14 (2016) 197-208.
- [20] J. Yang, X.D. Luo, "Exploring the relationship between critical state and particle shape for granular materials", Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 84 (2015) 196-213.
- [21] N. Fatin, R. Matthew, N. Vasiliki, "Effect of particle

u_i فشار آب کل در هر حفره، kPa

A_i مساحت هر حفره، m^2

i شمارنده حفره

m تعداد کل حفره‌ها در نمونه

علائم یونانی

μ گرانروی آب، Pa.s

λ شیب خط حالت بحرانی

α عدد ثابتی بین صفر و یک

مراجع

- [1] Castro.G., "Liquefaction of Sands", Harvard Univ, Cambridge, (1969)
- [2] Castro.G., "Liquefaction and cyclic mobility", ASCE J Geotech Eng, 101 (1975) 551-569.
- [3] K. Been, M.G. Jefferies, "A state parameter for sands", Geotechnique, 35 (1985) 99-112.
- [4] k. Been, M.G. Jefferies, J. Hachey, "The critical state of sands", Geotechnique, 41(3) (1991) 365-381.
- [5] X. Gu, M. Huang, J. Qian, "DEM investigation on the evolution of microstructure in granular soils under shearing", Granular Matter, 16 (2014) 91-106.
- [6] T.G. Sitharam, J.S. Vinod, "Critical state behaviour of granular materials from isotropic and rebounded paths: DEM simulations", Granular Matter, 11 (2009) 33-42.
- [7] Bahadori H, Ghalandarzadeh A, T. I., "Effect of non plastic silt on the anisotropic behavior of sand", Soils and Foundations, 48 (2008) 531-545.
- [8] Rahman MM, Lo SR, B. MAL., "Equivalent granular state parameter and undrained behavior of sand-fines mixtures", Acta geotechnica, 6 (2011) 183-194.
- [9] A. Lashkari, "On the modeling of the state dependency of granular soils", Computers and Geotechnics, 36 (2009) 1237-1245.
- [10] A. Lashkari, A. Karimi, K. Fakharian, F. Kaviani-Hamedani, "Prediction of undrained behavior of isotropically and anisotropically consolidated Firoozkuh sand: instability and flow liquefaction", ASCE International Journal of Geomechanics, 17(10)

- (2013) 830-841.
- [32] E. Seyedi hoseinia, "A micromechanical study on the stress rotation in granular materials due to fabric evolution", *Powder Technology*, 283 (2015) 462-474.
- [33] R. Dorby, T.-T. NG, "Discrete Modelling of Stress-Strain Behavior of Granular Media at Small and Large Strains", *Engineering Computations*, 9 (1992) 129-143.
- [34] P. Dubujet, F. Dedecker, "Micro-mechanical analysis and modelling of granular materials loaded at constant volume", *Granular Matter*, 1 (1998) 129-136.
- [35] G. Gong, "DEM Simulations of Drained and Undrained Behavior", The University of Birmingham, (2008).
- [36] T.G. Sitharam, S.V. Dinesh, "Numerical simulation of liquefaction behaviour of granular materials using Discrete Element Method", *Earth Planet Science*, 112(3) (2003) 479-484.
- [37] J. Katagiri, T. Matsushima, Y. Yamada, "Simple shear simulation of 3D irregularly-shaped particles by image-based DEM", *Granular Matter*, 12 (2010) 491-497.
- [38] J. Zhao, N. Guo, "Signature of Anisotropy in Liquefiable Sand Under Undrained Shear", *Advances in Bifurcation and Degradation in Geomaterials*, (2011).
- [39] A. Soroush, B. Ferdowsi, "Three dimensional discrete element modeling of granular media under cyclic constant volume loading: A micromechanical perspective", *Powder Technology*, 212 (2011) 1-16.
- [40] G. Gong, X. Zha, "DEM simulation of liquefaction for cohesionless media at grain scale", *Journal of Central South University*, 19 (2012) 2643-2649.
- [41] G. Gong, "DEM Simulations of Granular Soils under Undrained Triaxial Compression and Plane Strain", *Journal of Applied Mathematics and Physics*, 3 (2015) 1003-1009.
- [42] U. El Shamy, M. Zeghal, "Coupled Continuum-Discrete Model for Saturated Granular Soils", *Journal of Engineering Mechanics*, 131(4) (2005).
- [43] M. Zeghal, U. El Shamy, "Liquefaction of saturated shape on the mechanical behavior of natural sands", *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 142 (2016).
- [22] Y.H. Xie, Z.X. Yang, D. Barreto, M.D. Jiang, "The influence of particle geometry and the intermediate stress ratio on the shear behavior of granular materials", *Granular Matter*, (2017) 19-35.
- [23] P.A. Cundall, "A computer model for simulating progressive large scale movements in blocky rock system", in: *In proc. Of Symposium of the international Society for Rock Mechanics*, France, 1971.
- [24] P.A. Cundall, O.D.L. Strack, "A discrete numerical model for granular assemblies", *Geotechnique*, 29(1) (1979) 47-65.
- [25] A.A. Mirghasemi, L. Rothenburg, E.L. Matyas, "Numerical simulation of assemblies of two-dimensional polygon-shaped particles and effects of confining pressure on shear strength", *Solid Sand Foundation*, 37(3) (1997) 43-52.
- [26] S. Abedi, A.A. Mirghasemi, "Particle shape consideration in numerical simulation of assemblies of irregularly shaped particles", *Particuology*, (2011) 387-397.
- [27] E. Seyedi hoseinia, A.A. Mirghasemi, "Effect of particle breakage on the behavior of simulated angular particle assemblies", *China Particuology*, 5(5) (2007) 328-336.
- [28] E. Seyedi hoseinia, A.A. Mirghasemi, "Numerical simulation of breakage of two-dimensional polygon-shaped particles using discrete element method", *Powder Technology*, 166(2) (2006) 100-112.
- [29] E. Seyedi hoseinia, "Investigating the micromechanical evolutions within inherently anisotropic granular materials using discrete element method", *Granular Matter*, 14 (2012) 483-503.
- [30] E. Seyedi hoseinia, "Discrete element modeling of inherently anisotropic granular assemblies with polygonal particles", *Particuology*, 10 (2012) 542-552.
- [31] E. Seyedi hoseinia, "Stress-force-fabric relationship for planar granular materials", *Geotechnique*, 10

- [53] A. D6528-07, "Standard Test Method for Consolidated Undrained Direct Simple Shear Testing of Cohesive Soils", in, American Society for Testing and Materials, (2007).
- [54] L. Zhang, "The behavior of granular material in pure shear, direct shear and simple shear", Aston University, (2003).
- [55] T. Sitharam, "Discrete element modelling of cyclic behaviour of granular materials", *Geotechnical and Geological Engineering* 21 (2003) 297-329.
- [56] G. Gong, X. Zha, "DEM simulation of undrained behaviour with preshearing history for saturated granular media", *Modelling Simul. Mater. Sci.*, 21 (2013) 1-12.
- [57] X. Zhao, T.M. Evans, "Numerical analysis of critical state behaviors of granular soils under different loading conditions", *Granul Matter*, 13(6) (2011) 751-764.
- [58] Y.-J. Liu, G. Li, Z.-Y. Yin, C. Dano, P. Hicher, X. Xia, J. Wang, "Influence of grading on the undrained behavior of granular materials", *C. R. Mecanique*, 342 (2014) 85-95.
- [59] R.P. Chapuis, "Predicting the saturated hydraulic conductivity of sand and gravel using effective diameter and void ratio", *Canadian geotechnical journal*, 41 (2004) 787-795.
- [60] D. Wang, X. Fu, Y. Jie, W. Jie Dong, D. Hu, "Simulation of pipe progression in a levee foundation with coupled seepage and pipe flow domains", *Soil and Foundations*, 54(5) (2014) 974-984.
- [61] O. Babak, J. Resnick, "On the Use of Particle-Size-Distribution Data for Permeability Prediction", *SPE Reservoir Evaluation & Engineering*, 19(1) (2016).
- loose and cemented granular soils", *Powder Technology*, 184 (2008) 254-265.
- [44] G. Liu, G. Rong, J. Peng, C. Zhou, "Numerical simulation on undrained triaxial behavior of saturated soil by a fluid coupled-DEM model", *Engineering Geology*, 193 (2015) 256-266.
- [45] R. Shafipour, A. Soroush, "Fluid coupled-DEM modelling of undrained behavior of granular media", *Computers and Geotechnics*, 35 (2008) 673-685.
- [46] Y. Khalili, A. Mahbobi, "Discrete simulation and micromechanical analysis of two-dimensional saturated granular media", *Particuology*, 15 (2014) 138-150.
- [47] L. Rothenburg, E.L. Matyas, "Statistical aspects of flow in a random network of channels", *Stochastic Hydrology and Hydraulics*, 1 (1987) 217-240.
- [48] S. Thallak, "Numerical simulation of hydraulic fracturing in granular media", PhD thesis, University of Waterloo, (1991).
- [49] O.R.R. Bonilla, "Numerical Simulations of Undrained Granular Media", University of Waterloo, (2004).
- [50] M. Khabazian, E. Seyedi hoseininia, "Numerical simulation of undrained behavior of granular material with polygonal particles by discrete element method (DEM)", *Modares Civil Engineering journal*, (In Persian) (2018).
- [51] J. Pfitzner, "Poiseuille and his law", *Anaesthesia*, 31 (1976) 273-275.
- [52] A. D4767, "Standard Test Method for Consolidated Undrained Triaxial Compression Test for Cohesive Soils", in, American Society for Testing and Materials, (2011).

چگونه به این مقاله ارجاع دهیم
 M. Khabazian, E. Seyedi Hoseininia, *Simulation of Critical State Behavior of Granular Soils with Polygonal Particles Using Discrete Element Method (DEM)*, *Amirkabir J. Civil Eng.*, 52(3) (2020) 711-732.

DOI: [10.22060/ceej.2018.14853.5760](https://doi.org/10.22060/ceej.2018.14853.5760)

